Introdução às Telecomunicações

Departamento de Engenharia Eletrotécnica
Secção de Telecomunicações
Mestrado integrado em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores
Licenciatura em Engenharia Informática

Grupo: ____ nº ______ e ______ ______

5º Trabalho de Laboratório

Objetivo Geral: Análise de Fourier de sinais periódicos e distorção harmónica.

ATENÇÃO: O material que vai utilizar é bastante oneroso, não existem componentes sobresselentes e acidentes como sobretensões ou curto-circuitos podem danificar irremediavelmente uma bancada de trabalho.
<u>Siga as instruções dos relatórios e pense bem</u> sempre que não houver indicações completas, antes de efetuar ligações.

Este trabalho começa com um texto com explicações preliminares.

A segunda parte contém a descrição das experiências a efetuar.

Explicações preliminares

Qualquer sinal periódico não sinusoidal com período T_0 pode ser representado por uma série matemática, na qual os termos que a compõem são sinusoides. Cada uma destas harmónicas é caracterizada por uma amplitude S_n, uma fase ϕ_n e frequência $f_n = nf_0$, onde f_0 representa a frequência da harmónica fundamental. Por conseguinte, é possível representar estes sinais na forma

$$s(t) = s_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} s_n \cos(2\pi n f_0 t - \phi_n) \quad (1)$$

Como alternativa à representação do sinal em função de s_n e ϕ_n, como descrito na equação (1), é possível representar o sinal utilizando 2 séries de Fourier, com coeficientes a_n e b_n. Neste caso, o sinal periódico pode ser descrito através da relação

$$s(t) = s_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(2\pi n f_0 t) + \sum_{n=1}^{+\infty} b_n \cos(2\pi n f_0 t) \quad (2)$$

em que

$$a_n = s_n \cos\phi_n \quad (3)$$

$$b_n = s_n \sin\phi_n \quad (3)$$

Substituindo (3) em (2) verifica-se que são válidas as relações

$$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(2\pi n f_0 t) = \sum_{n=1}^{+\infty} s_n \cos\phi_n \cos(2\pi n f_0 t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{s_n}{2}\left[\cos(2\pi n f_0 t + \phi_n) + \cos(2\pi n f_0 t - \phi_n)\right] \quad (4)$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} b_n \sin(2\pi n f_0 t) = \sum_{n=1}^{+\infty} s_n \sin\phi_n \sin(2\pi n f_0 t) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{s_n}{2}\left[-\cos(2\pi n f_0 t + \phi_n) + \cos(2\pi n f_0 t - \phi_n)\right] \quad (5)$$

Combinando as duas séries anteriores resulta

$$\sum_{n=1}^{+\infty} a_n \cos(2\pi n f_0 t) + \sum_{n=1}^{+\infty} b_n \sin(2\pi n f_0 t) = \sum_{n=1}^{+\infty} s_n \cos(2\pi n f_0 t - \phi_n) \quad (6)$$

Recorrendo à representação complexa da série de Fourier, resulta

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \underline{s}_n \exp(2\pi n f_0 t) \quad (7)$$

em que $\underline{s}_n$ é um coeficiente complexo, designado amplitude complexa e que permite caracterizar completamente o espectro do sinal.

Relembrando os conceitos já estudados na componente teórica da disciplina de Introdução às Telecomunicações, os espectros de amplitude e de fase podem ser obtidos através de s_n e ϕ_n ou por intermédio de a_n e b_n. Estes por sua vez podem ser obtidos a partir do conjunto de relações:

$$a_n = \frac{2}{T_0}\int_0^{T_0} s(t)\cos(2\pi n f_0 t)dt \quad (8)$$

$$b_n = \frac{2}{T_0}\int_0^{T_0} s(t)\sin(2\pi n f_0 t)dt \qquad (9)$$

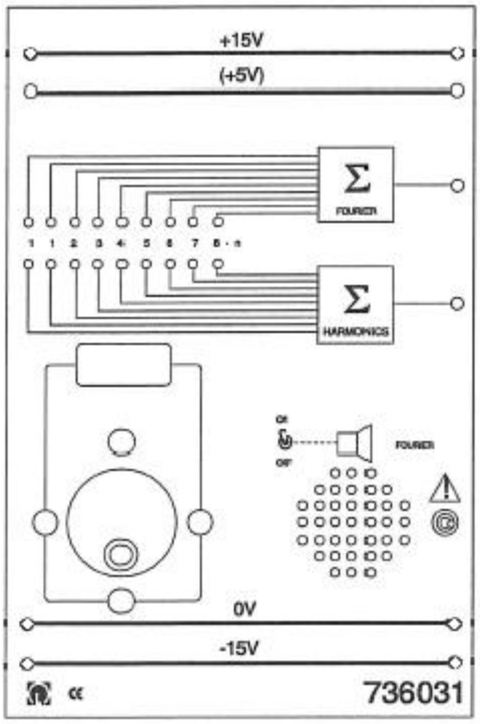
$$a_0 = \frac{2}{T_0}\int_0^{T_0} s(t)dt \qquad (10)$$

$$s_n = \sqrt{a_n^{\ 2} + b_n^{\ 2}},\ \phi_n = arctg\,\frac{b_n}{a_n} \qquad (11)$$

Os coeficientes complexos $\underline{s}_n$ são calculados através da relação

$$\underline{s}_n = \frac{1}{T_0}\int_0^{T_0} s(t)\exp(-j2\pi n f_0 t)dt \qquad (12)$$

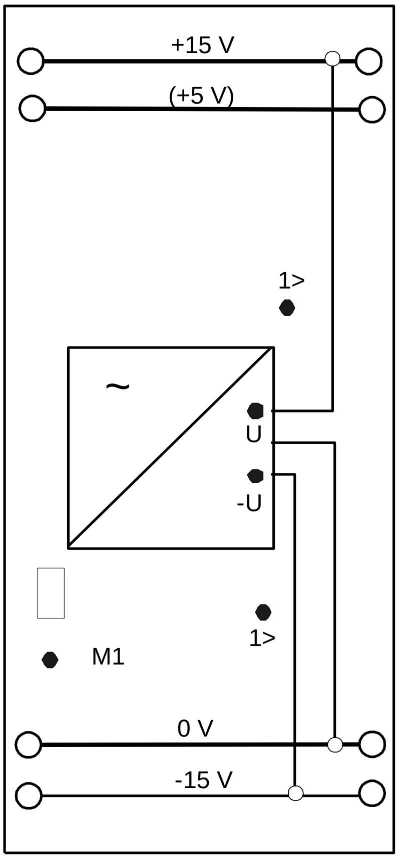
O Equipamento



Sintetizador de frequência – O sintetizador está ilustrado na figura ao lado. Para além da geração de sinais como ondas quadradas, triangulares, diracs e outras, a placa permite obter na saída as harmónicas que compõem cada um dos sinais gerados. Existem duas saídas, representadas por Fourier e Harmonics. Na primeira, obtém-se o sinal periódico composto por todas as harmónicas. A saída Harmonics é composta pelo conjunto de harmónicas ativas que foram selecionadas.
.

<u>Atenção que as placas são alemãs e a nomenclatura é um pouco diferente daquela que usamos na disciplina</u>. No entanto, na introdução teórica foi adotada a nomenclatura utilizada no equipamento experimental. A correspondência com a nomenclatura usada nas aulas é imediata.

Fonte de alimentação



Experiências

Para se fazer as experiências de análise de Fourier tem de fazer as ligações a preto.
As 3 ligações alimentam o sintetizador. Repare que:

(a) As harmónicas que compõem o sinal são representadas pela saída Out2;
(b) o sinal resultante é representado por Out1.

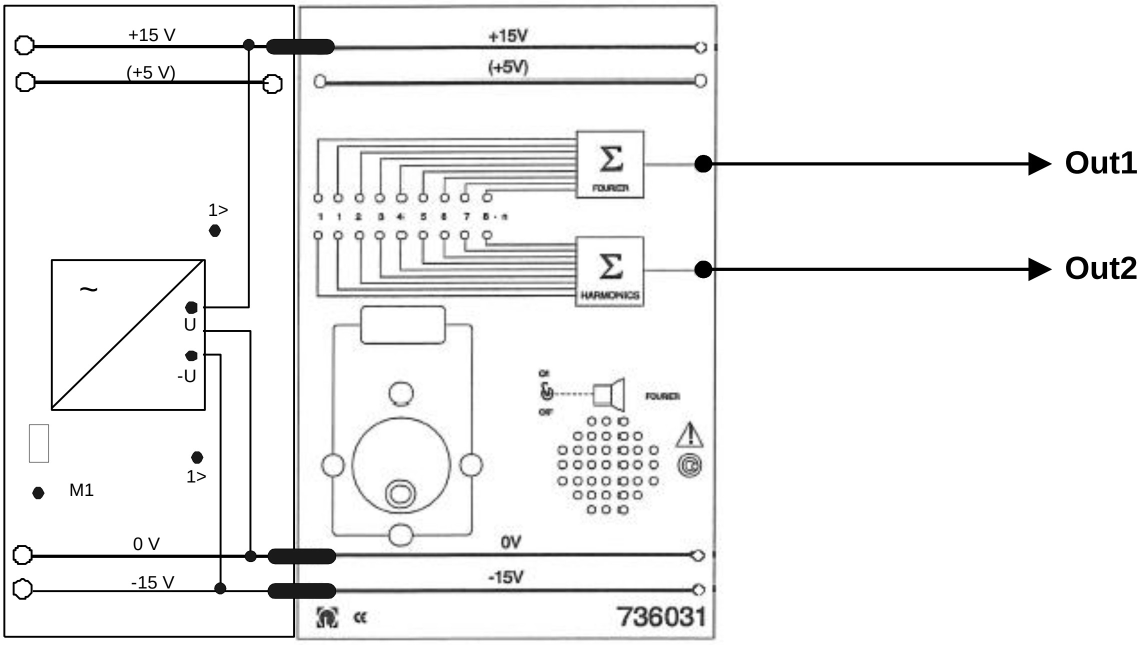


Figura 1 – Ligações a efetuar para a análise de Fourier

O presente trabalho consiste nos seguintes pontos:

Ponto 1 – Análise de Fourier de uma onda quadrada

Ponto 2 – Análise de Fourier de uma onda triangular

Ponto 3 – Análise de Fourier de um trem de Diracs

Ponto 1 – Estudo de uma onda quadrada e sua representação na frequência. Efeitos da distorção harmónica.

Objetivo: Representação em série de Fourier de uma onda quadrada. Análise da influência do peso relativo de cada harmónica e estudo dos efeitos da distorção de amplitude e fase das harmónicas na evolução temporal do sinal.

A representação de Fourier de uma onda quadrada pode ser dada por

$$s(t) = \frac{4A}{\pi}\left[\sin(2\pi\ f_0\, t) + \frac{1}{3}\sin(2\pi 3\, f_0\, t) + \frac{1}{5}\sin(2\pi 5\, f_0\, t) + \frac{1}{7}\sin(2\pi 7\, f_0\, t) + \dots\ \right], \qquad (13)$$

com o espectro de amplitude descrito por

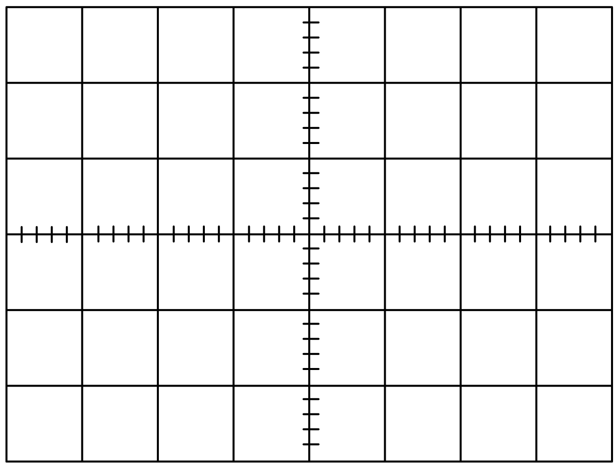
$$s_n = \frac{4A}{\pi\, n}. \qquad (14)$$

Procedimentos:

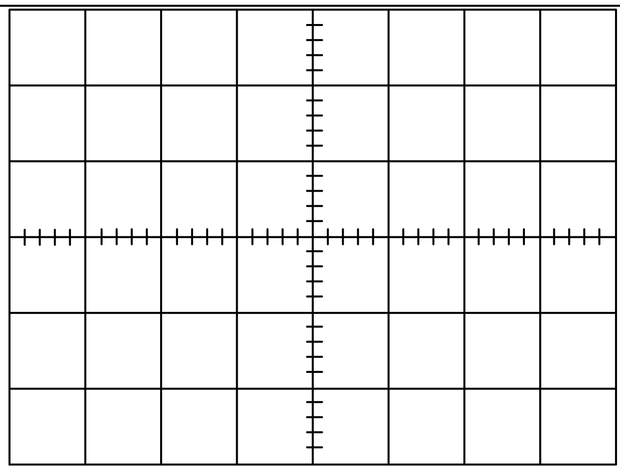
1. Alimente os circuitos com a terra (0 V), + 15V e – 15 V, como está ilustrado na figura 1.
2. Configure o sintetizador com os valores da tabela apresentada abaixo.
3. Elimine todas as harmónicas menos a fundamental.
4. Utilize o osciloscópio para visualizar no canal 1 o sinal de saída OUT1 e no canal 2 a sinal de saída OUT2 2-(a).
5. Visualize no osciloscópio o espectro do sinal OUT1 2-(b). Preencha os valores experimentais da tabela 1. Comente os resultados obtidos.

Teóricos				Medidos	
n	f (Hz)	Φ_n	s_n (V)	f (Hz)	s_n (V)
1	108	90º	5		
2	216		0		
3	324	90º	1.67		
4	432		0		
5	540	90º	1		
6	648		0		
7	756	90º	0.71		
8	864		0		

Tabela 1



2- (a)

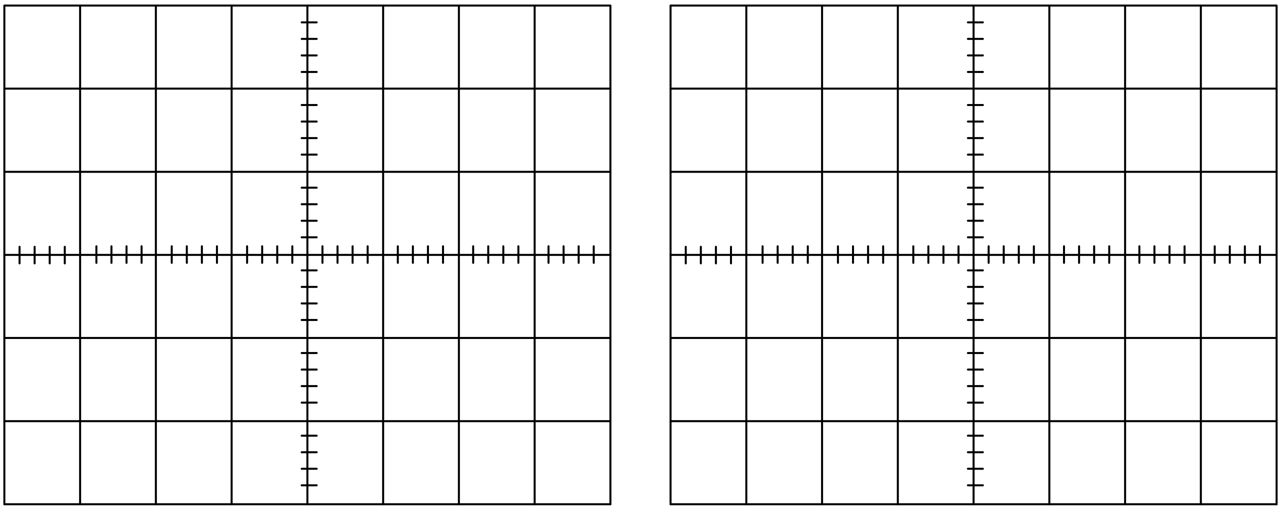


2- (b)

6. Comente os resultados obtidos.

Importância das várias harmónicas no sinal.

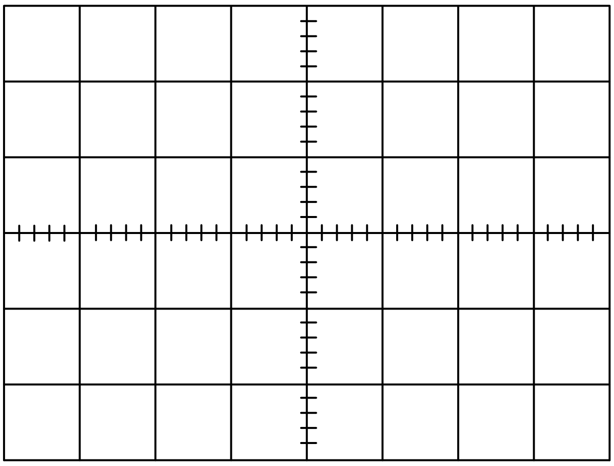
7. Vão-se eliminar as harmónicas de maior ordem sem alterar as amplitudes das restantes harmónicas. Proceda como indicado abaixo:
8. Primeiro elimine a 5ª harmónica. Visualize o sinal resultante e represente-o na figura 3-(a)
9. Elimine agora a 3ª harmónica e reponha a 5ª harmónica. Visualize o sinal resultante e represente-o na figura 3-(b)



3- (a) 3- (b)

10. Compare as curvas obtidas e comente o efeito das harmónicas de ordem mais elevada na evolução temporal do sinal obtido.

11. Volte a colocar todas as harmónicas ativas, com as amplitudes iniciais. Pretende-se ver a amplitude das várias harmónicas (na frequência, portanto).
    a. Represente as 3ª e 5ª harmónicas e também a harmónica fundamental., e repare nas suas amplitudes.



3- (c)

    b. Comente o resultado observado.

____

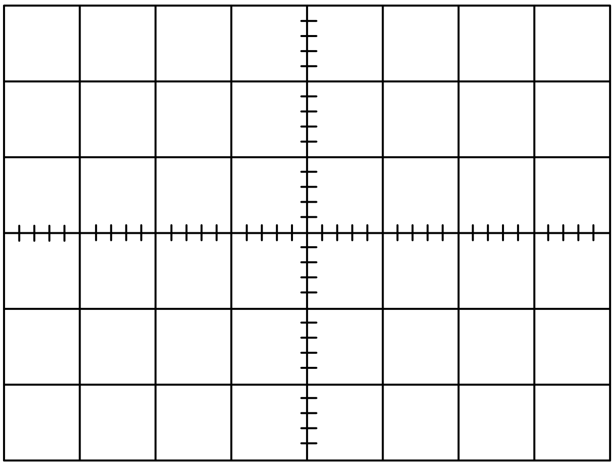
____

____

Distorção harmónica

12. Pretende-se ver como alterações de fase nas harmónicas influenciam o andamento do sinal no tempo. Volte a colocar todas as harmónicas ativas, com as amplitudes iniciais.
    Introduza distorção de fase nas harmónicas: altere a fase da 3ª harmónica para 45º.

    a. Desenhe o andamento temporal do sinal resultante.



3- (d)

    b. Estas alterações têm impacto no espectro de amplitude do sinal? Comente.

____

____

____

____

____

Ponto 2 – Estudo de uma onda triangular simétrica e sua representação na frequência. Efeitos da distorção harmónica.

Objetivo: Representação em série de Fourier de uma onda triangular. Análise da influência do peso relativo de cada harmónica e estudo dos efeitos da distorção de amplitude e fase das harmónicas na evolução temporal do sinal.

A representação de Fourier de uma onda triangular pode ser dada por

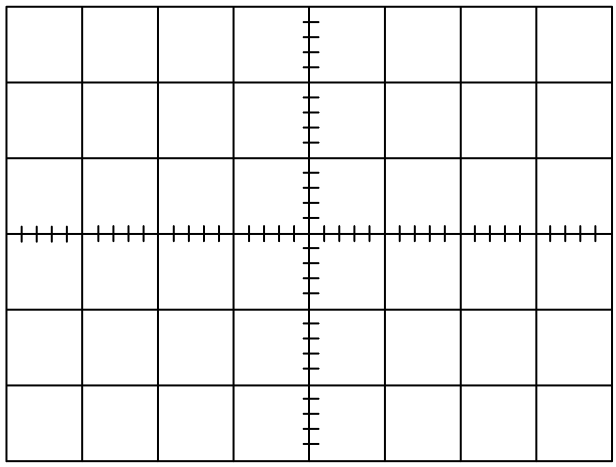
$$s(t) = \frac{8A}{\pi^2}\left[\cos(2\pi\ f_0\, t) + \frac{1}{3^2}\cos(2\pi 3\, f_0\, t) + \frac{1}{5^2}\cos(2\pi 5\, f_0\, t) + \frac{1}{7^2}\cos(2\pi 7\, f_0\, t) + \ldots\ \right], \quad (15)$$

com o espectro de amplitude descrito por

$$s_n = \frac{8A}{(\pi n)^2}\ . \quad (16)$$

Procedimentos:

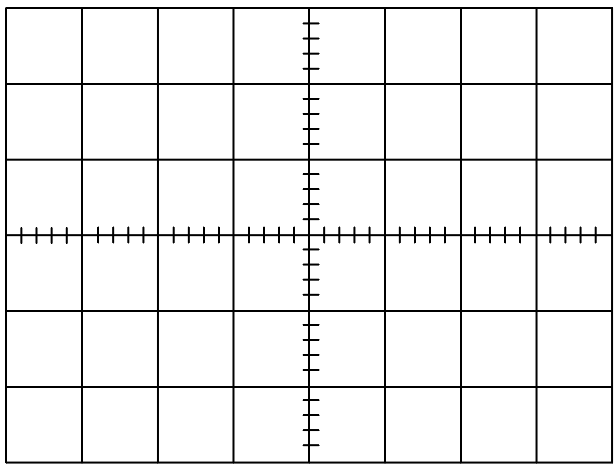
1. Configure o sintetizador com os valores teóricos da tabela 3 apresentada abaixo.
2. Elimine todas as harmónicas menos a fundamental.
3. Utilize o osciloscópio para visualizar no canal 1 o sinal de saída OUT1 e no canal 2 o sinal de saída OUT2.
4. Visualize no osciloscópio o espectro do sinal de saída OUT1 e represente-o na figura 4-(a). Preencha os valores experimentais da tabela 3. Comente os resultados obtidos.
5. Visualize a evolução temporal do sinal OUT1 e represente-o na figura 4-(b).



4 - (a)

Teóricos				Medidos	
n	f (Hz)	Φ_n	s_n (V)	f (Hz)	s_n (V)
1	108	0º	7.07		
2	216		0		
3	324	0º	0.79		
4	432		0		
5	540	0º	0.28		
6	648		0		
7	756	0º	0.14		
8	864		0		

Tabela 3

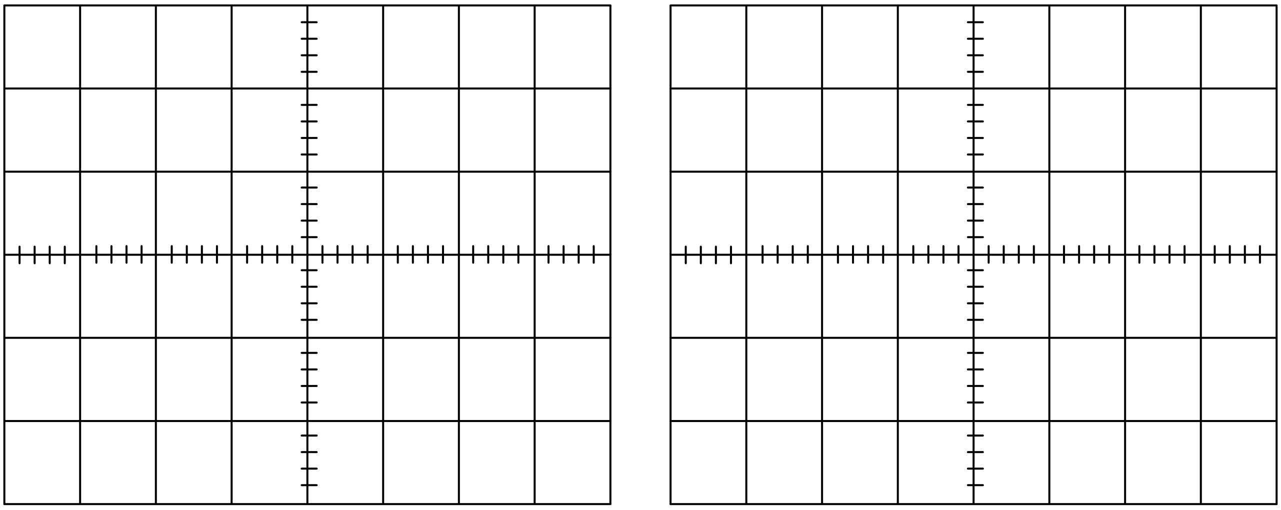


4 - (b)

6. Comente os resultados obtidos.

Distorção de harmónica – amplitude e fase

7. Reduza a amplitude da 5ª harmónica para metade. Visualize o sinal resultante e represente-o na figura 5- (a)
8. Reponha a 5ª harmónica e reduza agora para 1/4 a amplitude da 3ª harmónica. Visualize o sinal resultante e represente-o na figura 5-(b)

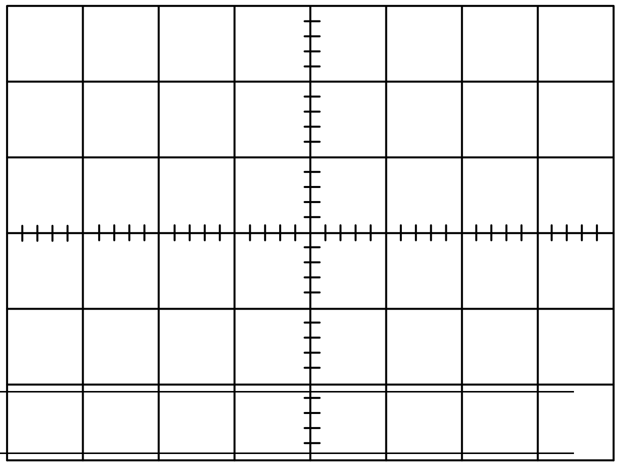


5 - (a)   5 - (b)

9. Compare as curvas obtidas e comente o efeito das harmónicas de ordem mais elevada na evolução temporal do sinal obtido.

10. Volte a colocar todas as harmónicas ativas, com as amplitudes iniciais.
    Pretende-se introduzir distorção de fase nas harmónicas. Altere a fase da 3ª harmónica para 90º. Desenhe o andamento temporal do sinal resultante.

11. Comente o resultado observado. Esta ação tem algum impacto no espectro de amplitude do sinal.



6

Ponto 3 – Estudo de um trem de Diracs e sua representação na frequência. Efeitos da distorção harmónica.

Objetivo: Representação em série de Fourier de um trem de Diracs. Análise da influência do peso relativo de cada harmónica e estudo dos efeitos da distorção de amplitude e fase das harmónicas na evolução temporal do sinal.

Seja uma sequência de Diracs equidistantes no tempo

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(t - nT_0\right) = 1 + 2\sum_{n=1}^{+\infty} \sin(2\pi\, n\, f_0\, t) \; . \qquad (17)$$

A esta sequência corresponde a transformada de Fourier

$$S(f) = \frac{1}{T_0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - n/T_0\right), \qquad (18)$$

isto é, um espectro de amplitude com todas as linhas espectrais igualmente espaçadas e com a mesma amplitude.

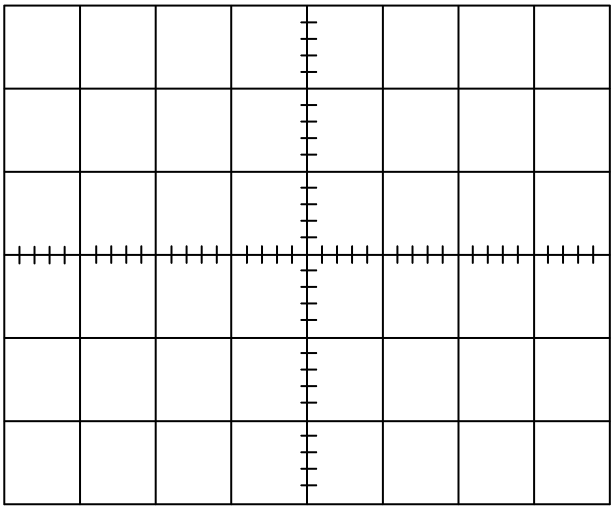
Procedimentos:

1. Configure o sintetizador com os valores teóricos da tabela 4 apresentada abaixo.
2. Preencha os valores experimentais na tabela 4.
3. Desenhe na figura 7-(a), o sinal com as 1ª, 2ª e 3ª harmónicas ativas e compare-o com o resultado obtido no ponto 1.

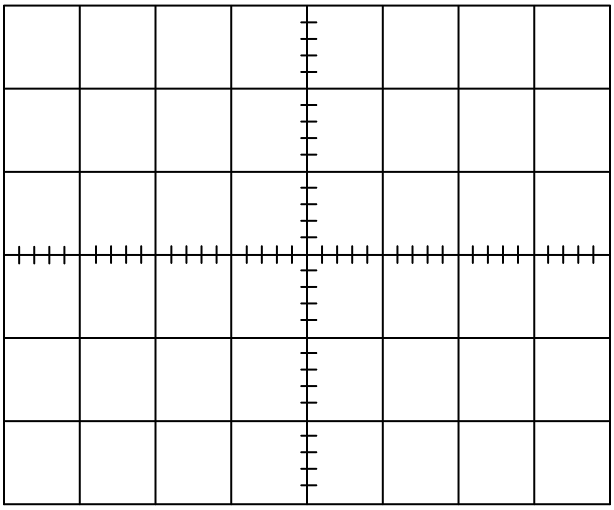
Teóricos				Medidos	
n	f (Hz)	Φ_n	S_n (V)	f (Hz)	S_n (V)
1	108	0º	0.71		
2	216	0º	0.71		
3	324	0º	0.71		
4	432	0º	0.71		
5	540	0º	0.71		
6	648	0º	0.71		
7	756	0º	0.71		
8	864	0º	0.71		

Tabela 4

4. Visualize no osciloscópio o espectro de amplitude do sinal, para a gama de frequências entre 50 Hz e 1 KHz. Represente-o na figura 7-(b).



7 - (a)



7 - (b)

5. O que observa está de acordo com a previsão teórica? Comente os resultados obtidos.