



Introdução às Telecomunicações

Departamento de Engenharia Eletrotécnica
Secção de Telecomunicações
Mestrado integrado em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores
Licenciatura em Engenharia Informática

Grupo: ____ n° ____ e ____

6º Trabalho de Laboratório

Objetivo Geral: Modulação analógica de pulsos em amplitude – PAM (*Pulse Amplitude Modulation*).

ATENÇÃO: O material que vai utilizar é bastante oneroso, não existem componentes sobresselentes e acidentes como sobretensões ou curto-circuitos podem danificar irremediavelmente uma bancada de trabalho.

Siga as instruções dos relatórios e pense bem sempre que não houver indicações completas, antes de efetuar ligações.

Este trabalho começa com um texto com explicações preliminares.

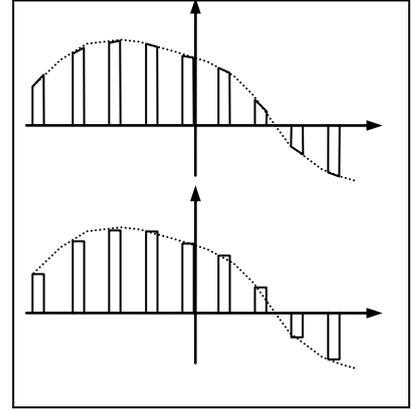
Existe depois uma página com o enunciado de dois problemas teóricos que são necessários para a execução das experiências e que devem ser **resolvidos e preenchidos antes da aula** de laboratório. À entrada na aula esta página será **verificada pelo docente**. Não se esqueça que é relativamente simples verificar quem executou os exercícios e quem copiou os resultados. Este tipo de informação será levado em conta na avaliação final da parte de laboratório.

A terceira parte contém a descrição das experiências a efetuar.

Explicações preliminares

Um sinal PAM, chamemos-lhe PAM₁, é um trem de pulsos de tal modo que o sinal a modular é “cortado” em pulsos, cada um com uma duração T. É um sinal discreto no tempo, mas com amplitude contínua. **Não é propriamente nem um sinal digital, nem um sinal analógico**. Não é usado para transmissão por ser muito vulnerável ao ruído. É sim usado como o primeiro estágio da modulação por pulsos. A figura ao lado em cima mostra um sinal PAM₁ (resultado da multiplicação do sinal a modular com um trem de pulsos). Este sinal é bipolar, pois pode ter valores negativos e positivos. Se somarmos uma componente de obtém-se um sinal PAM unipolar (apenas valores positivos).

Outra forma de se obter um sinal PAM, PAM₂, é usando um “*sample-and-hold*”, em que os pulsos em vez de terem a forma da curva, como no PAM₁, são retangulares, mantendo o valor do instante inicial de amostragem (está mostrado na parte de baixo da figura. Repare nas diferenças entre os dois sinais).



Espectro de um sinal PAM – O espectro do sinal PAM₁ é fácil de obter. O sinal PAM₁ é o produto do sinal mensagem por um trem de pulsos – $m(t)p(t)$. Um trem de pulsos tem como série de Fourier a seguinte expressão

$$p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{TA}{T_0} \text{sinc}\left(\frac{nT}{T_0}\right) \exp\left(\frac{j2\pi nt}{T_0}\right)$$

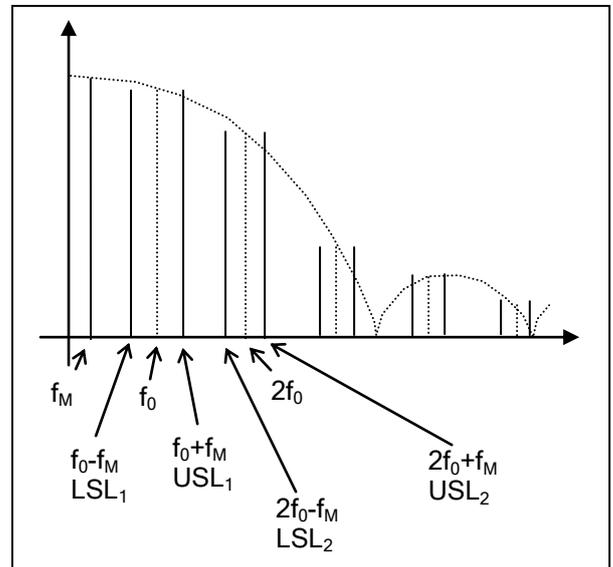
Para o caso específico de o sinal de mensagem ser uma senoide, $\cos(2\pi f_M t)$, usando a representação da senoide pela fórmula de Euler ($\cos(a) = 1/2[\exp(ja) + \exp(-ja)]$), e usando $f_0 = 1/T_0$, tem-se

$$\begin{aligned} s_{PAM_1}(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2} (\exp(j2\pi f_M t) + \exp(-j2\pi f_M t)) \right] \frac{TA}{T_0} \text{sinc}\left(\frac{nT}{T_0}\right) \exp\left(\frac{j2\pi nt}{T_0}\right) \\ &= \frac{TA}{T_0} \cos(2\pi f_M t) + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \left[\frac{TA}{2T_0} \text{sinc}\left(\frac{nT}{T_0}\right) \exp(j2\pi(nf_0 + f_M)t) + \frac{TA}{2T_0} \text{sinc}\left(\frac{nT}{T_0}\right) \exp(j2\pi(nf_0 - f_M)t) \right] \end{aligned}$$

Isto é, o espectro do sinal é uma linha espectral em f_M , (e $-f_M$), e uma sequência de linhas espectrais delimitadas pelo sinc pesado por $TA/2T_0$, afastadas f_M de cada harmónica nf_0 para a esquerda e para a direita, como está mostrado para a parte positiva na figura ao lado (repare que o argumento do sinc é constante, portanto, as linhas têm a mesma “altura” que o sinc tem nos vários pontos f_i).

Repare também que à medida que se aumenta a frequência, as amplitudes vão decrescendo. Isto está de acordo com o que se estudou para a amostragem com pulsos em vez de diracs. Existe uma grande envolvente de um sinc.

O espectro do sinal neste caso são duas linhas espectrais (um coseno) que estão centradas na origem e uma infinidade de outras duas que estão centradas em cada nf_0 . É visível o efeito de abertura causado pelo sinc, em vez de se ter uma envolvente constante (todas as linhas espectrais teriam todas a mesma “altura”) como no caso da amostragem instantânea – as linhas espectrais vão tendo amplitudes cada vez menores enquadradas pelo sinc dos pulsos. Se considerássemos $f_M = f_0/2$, o ritmo de Nyquist, as linhas superiores a nf_0 coincidiriam com as linhas inferiores a $(n+1)f_0$. Se $f_M > f_0/2$, isto é, o ritmo de amostragem é inferior ao ritmo de Nyquist os espectros sobrepõem-se e existe distorção por *aliasing*. No caso da figura temos $f_M < f_0/2$, ritmo superior ao ritmo de Nyquist, e as linhas espectrais não se “tocam”.



Como muitas vezes não se sabe qual a frequência máxima do sinal e está já estabelecida qual a frequência de amostragem, f_0 , é preciso ter algum cuidado. Um exemplo disso é a rede telefónica em que se pode tentar enviar como sinal pelo telefone a voz, ou o som de um piano, ou o de um violino. A limitação de frequência dos canais telefónicos é de 300 Hz a 3.400 Hz. Se se fizesse uma amostragem a 6.800 Hz, para o caso do piano ou do violino teríamos seguramente *aliasing*. O que se faz, então, é filtrar o sinal à entrada do canal telefónico com um filtro de *pre-alias* em 3.400 Hz para não entrarem

frequências maiores. Isso faz com que se possa realmente amostrar a 6.800 Hz sem problemas de *aliasing*. Como os filtros não são ideais e não cortam logo nos 3.400 Hz convém amostrar a uma frequência também um pouco superior à de Nyquist. Na realidade da rede telefónica o ritmo de amostragem é 8.000 Hz e não 6.800 Hz.

A expressão anterior do sinal PAM₁ mostra que o sinal de mensagem pode ser recuperado no recetor com um simples filtro passa-baixo pois o sinal m(t) aparece na sua posição de frequência original no espectro (existe um fator de atenuação que é função do *duty cycle* do pulso (T/T₀). A ideia é “apanhar” apenas o espectro (neste caso do coseno são as duas linhas espectrais) centrado na origem e eliminar todas as “réplicas” de alta frequência.

No caso da onda PAM₂ (com pulsos quadrados) a expressão da sua série de Fourier é a seguinte. É um pouco mais complicado chegar a esta expressão. Tem de se considerar um sinal amostrado e não o produto de dois sinais como em PAM₁ (ver o livro recomendado)

$$s_{PAM_2}(t) = \frac{TA}{T_0} \text{sinc}(f_M T) \cos(2\pi f_M t) + \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \left[\frac{TA}{2T_0} \text{sinc}((nf_0 + f_M)T) \exp(j2\pi(nf_0 + f_M)t) + \frac{TA}{2T_0} \text{sinc}((nf_0 - f_M)T) \exp(j2\pi(nf_0 - f_M)t) \right]$$

Da comparação das duas expressões vê-se que:

1. Ambas as ondas PAM contêm o sinal de mensagem, em que na segunda existe ainda um fator sinc que introduz uma atenuação **dependente da frequência do sinal** (O sinc tem f_M no argumento).
2. Em ambas existe uma infinidade de réplicas centradas em nf₀.
3. Esta infinidade de réplicas no primeiro caso têm a sua amplitude determinada **independentemente** da frequência do sinal (no argumento do sinc não aparecia f_M), enquanto que no segundo caso existe uma **dependência** da frequência do sinal (o fator sinc contém f_M no argumento) – está distorcido linearmente.

Uma medida interessante que faz parte das experiências deste trabalho é medir o valor de atenuação provocado pelo fator sinc, e dado pela seguinte expressão

$$a = \text{sinc}(f_M T)$$

Então porque se usa o PAM₂, se estamos a ter distorção linear?

Existem duas razões:

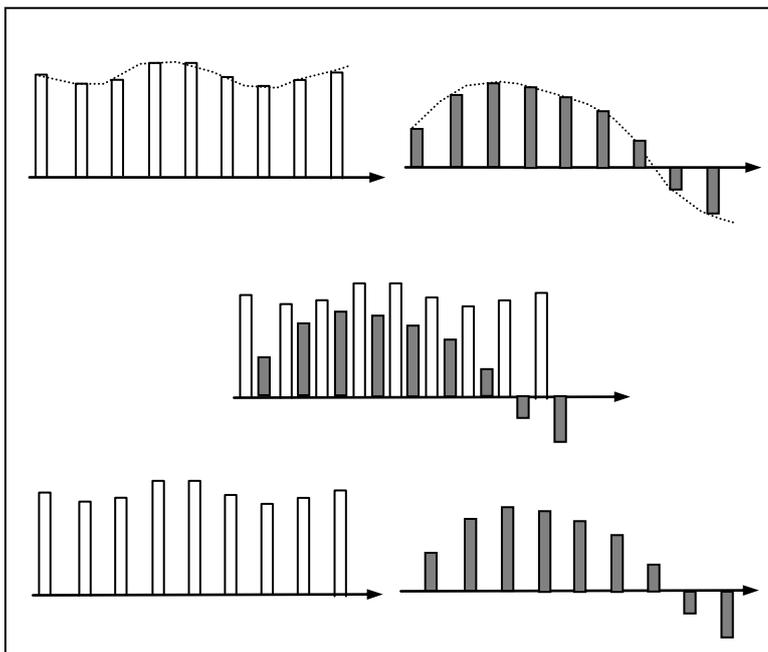
1. Se diminuirmos bastante o *duty cycle* conseguimos multiplexar muitas chamadas durante o tempo T₀. Esta vantagem é muito maior do que a desvantagem da distorção. Ao se ter um *duty cycle* muito pequeno o sinal desmodulado (que vem multiplicado pelo *duty cycle*) vem também pequeno. No entanto, podemos “estende-lo” suficientemente no recetor antes de o tratar, compensando assim a potência. O PAM₂ permite fazer isso naturalmente.
2. Quando estamos a converter entre analógico e digital, é bom que o sinal à entrada do conversor se mantenha constante para não dar vários valores à saída. Assim, o PAM₂ é o mais indicado e o usado depois em PCM.

Neste trabalho vão-se ter de ler as amplitudes no osciloscópio e de calcular os valores teóricos para efeitos de comparação.

Multiplexagem por divisão temporal –

As últimas experiências deste trabalho são sobre o tema de multiplexagem por divisão temporal.

Entre dois pulsos de um sinal separados por T_0 , poderemos colocar outro, ou outros, pulsos de outros sinais. Consegue-se, assim, enviar mais do que um sinal pelo mesmo canal. A figura ao lado mostra o envio de dois sinais pelo mesmo canal. Para se conseguir isso deve haver um comutador que deixe passar um pulso de um sinal e depois um pulso de outro e por aí adiante (se forem mais do que dois). Claro que os instantes de amostragem devem estar desfasados, mas com a mesma frequência de amostragem. No recetor tem de haver um comutador semelhante para retirar os pulsos de um e depois de outro e por aí adiante. Estes dois comutadores (*multiplexers*) têm de operar **sincronizadamente**, senão os pulsos vão para outro recetor e tem-se o que se chama **channel crosstalk**. Um ciclo completo de atribuição de pulsos a todas as chamadas forma uma **trama de pulsos** (no caso da figura a trama tem dois pulsos).



Embora o PCM só venha no 7º trabalho, lembre-se que uma trama T1 nos EUA tem 24 canais e uma trama E1 na Europa tem 32 canais. A trama da figura acima tem 2 canais. O “salto” para o PCM é que em vez de se ter um impulso em amplitude por canal, se tem oito impulsos com o código da amplitude.

Channel crosstalk – Designa-se por *channel crosstalk* à quantidade de potência de um dos canais que consegue chegar a outro¹.

¹ Idealmente não deveria haver nunca **channel crosstalk**. Os canais deveriam ser completamente isolados uns dos outros. Na realidade existe sempre um pouco de potência do pulso adjacente no pulso presente. O logaritmo (multiplicado por 20 em vez de ser por 10 pois estamos a falar de potências) do quociente entre a potência do nosso pulso e do pulso que não deveria fazer efeito é a definição da **atenuação de crosstalk**. Sendo A_{PAR} a amplitude do pulso não desejado e A_D a amplitude do pulso desejado tem-se

$$d = 20 \log \frac{A_D}{A_{PAR}}$$

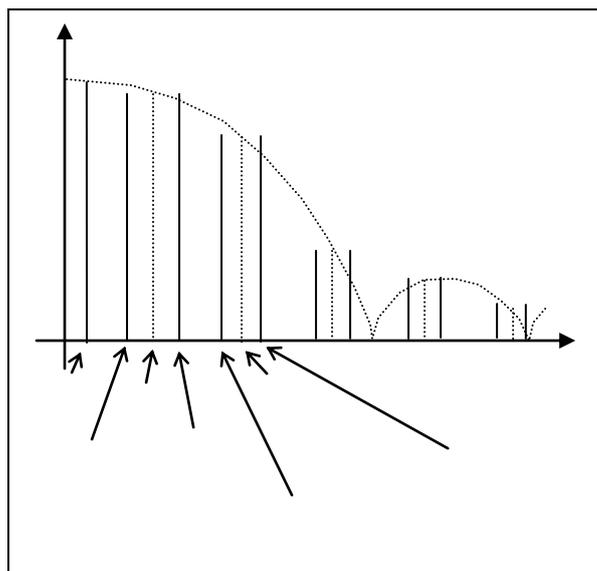
A nível espectral, para o caso da multiplexagem por divisão temporal, o espectro na linha muda de mensagem para mensagem, repetindo-se ciclicamente.

Ponto 0 – Preparação do Laboratório (a efetuar antes da aula de laboratório. Será verificado à entrada da aula)

Problema 1. Cálculo do espectro de um sinal PAM₁. Tendo por base a expressão da onda S_{PAM1} da página 2 e a respetiva figura, pretende-se concretizar agora os valores das frequências onde estão as linhas e as amplitudes das linhas. Para tal considere que o sinal é um coseno de 500 Hz, e que a frequência de amostragem é de 4 kHz, que A_M= 10V, e que o *duty cycle* é de 20%. Para as amplitudes das riscas (valores de cada parcela da expressão) apenas conta o módulo (portanto a parte da exponencial complexa não tem de ser calculada). Preencha a tabela e dê valores para as sete frequências na figura à direita.

Não se esqueça que as expressões vêm da fórmula complexa pelo que alguns termos têm de ser multiplicados por 2.

Espectro do sinal PAM ₁				
N	F (kHz)	Medidas		Teoria
		Nome	S _{PAM n} (V)	S _{PAM n} (V)
		S _M (t)		
		LSL ₁		
		USL ₁		
		LSL ₂		
		USL ₂		
		LSL ₃		
		USL ₃		
		LSL ₄		
		USL ₄		
		LSL ₅		
		USL ₅		
		LSL ₆		
		USL ₆		



Problema 2. Considerando agora um sinal PAM₂, pretende-se ver como apenas a primeira harmónica é afetada pela distorção dependente da frequência do sinal. Para o cálculo da amplitude usa-se o valor da primeira parcela da expressão S_{PAM2}. Para o cálculo da atenuação relativamente ao sinal S_{PAM1} usa-se apenas o fator de distorção dado por *a* na página 3. Preencha então a tabela para quatro sinais de entrada cosenos com frequências 200 Hz, 400 Hz, 600 Hz, e 1200 Hz. Considere também que A_M = 10 V e o *duty cycle* é de 20%.

Espectro do sinal PAM ₂				
Nome	Medidas		Teoria	
	f (kHz)	S _{PAM n} (V)	S _{PAM n} (V)	a
S _{M1} (t)	200			
S _{M2} (t)	400			
S _{M3} (t)	600			
S _{M4} (t)	1200			

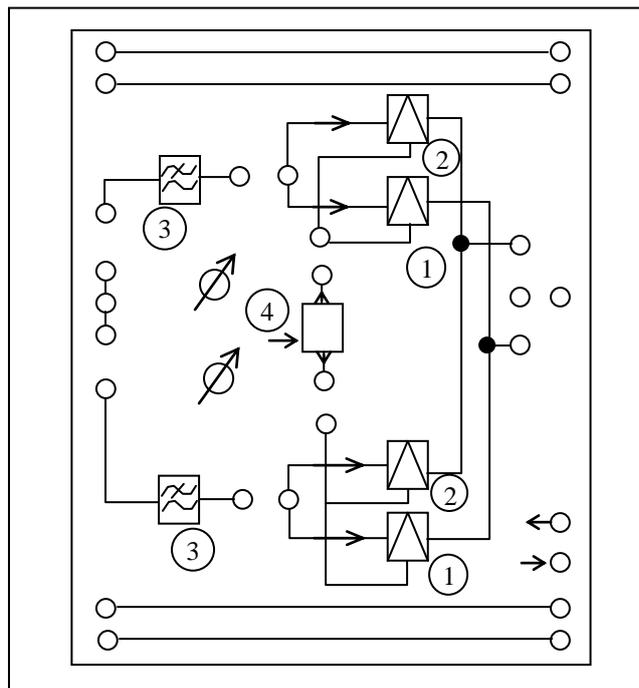
O Equipamento

Modulador PAM – O modulador PAM está ilustrado na figura ao lado. Para além de PAM a placa permite experiências usando TDM (*Time Division Multiplexing*) com dois canais (um na parte de cima da placa e outro na parte de baixo). Para cada canal existem dois moduladores PAM. Os de baixo em cada canal, 1, são moduladores de ondas PAM₁, e os de cima, 2, são moduladores de ondas PAM₂.

Existe um filtro de *pré-alias*, 3, por canal para limitar as frequências de entrada a 3.400 Hz. O bloco central, 4, permite controlar a frequência de amostragem e o *duty cycle* da onda. Como estas placas estão desenhadas para se poder fazer TDM (*Time Division Multiplexing*) o *duty cycle* máximo é de 50%. Se quisermos um *duty cycle* maior temos de ligar o sinal de entrada aos dois canais e somar as percentagens de um e de outro.

Atenção que as placas são alemãs e a nomenclatura é um pouco diferente daquela que usamos na disciplina.

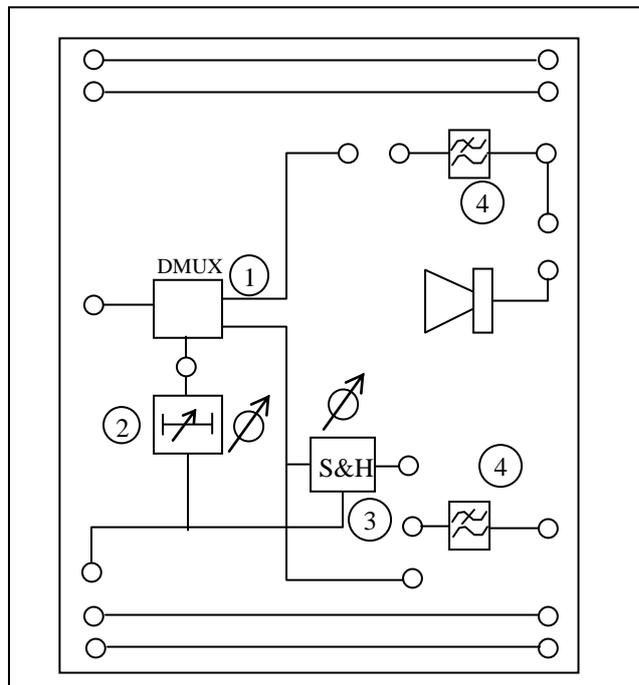
T_p é o período de amostragem (que chamamos normalmente na disciplina de T_0), f_p é a frequência de amostragem, obviamente, e τ é o tempo em que o pulso está ativo (que chamamos na disciplina de T).



Desmodulador PAM – O desmodulador PAM está ilustrado na figura ao lado. Tal como o modulador, permite desmodular dois canais PAM usando TDM. O *demultiplexer* que serve para separar os canais é o circuito 1. O circuito 2 permite introduzir desalinhamentos no *demultiplexer* para se ter *channel crosstalk*. Isto é, o recetor vai receber o canal 2 antes ou depois do tempo exato em que deveria receber.

O circuito 3 é um *sample-and-hold* em que se pode controlar a duração que queremos que a amostra mantenha o seu valor (o tempo de *hold*). O máximo, claro, tem de ser menor do que T_0 , porque nessa altura aparece a próxima amostra. Finalmente, existem dois filtros passa-baixo de saída de cada canal, 4, e um altifalante para o canal 1.

O modo como o recetor se sincroniza com o emissor nestas placas não respeita o que é habitual nos sistemas reais. Nos sistemas reais o recetor recupera o relógio a partir da onda que está a receber. Com estas placas, o relógio do recetor é ligado ao relógio do emissor para simplificar os circuitos.



Experiências

Não faça ainda as ligações mostradas na figura pois o primeiro ponto é o estudo na frequência do filtro de entrada. No entanto, para se ambientar atente ao seguinte texto.

Para se fazer as experiências de modulação e desmodulação PAM (*Pulse Amplitude Modulation*) tem de fazer as ligações a preto.

As 3 ligações  colocam o canal 1 em paralelo com o canal 2 e serão usadas quando se pretender um *duty cycle* maior do que 50% (ver adiante). Repare que:

- (a) o sinal de entrada vai para os dois canais para se ter um *duty cycle* maior do que 50%;
- (b) o canal de transmissão é representado pela ligação 1;
- (c) a sincronização dos dois multiplexers é feita usando só o relógio do modulador pela ligação 2 (isto na realidade não existe);
- (d) o sinal é introduzido no sítio indicado pela seta mais carregada.

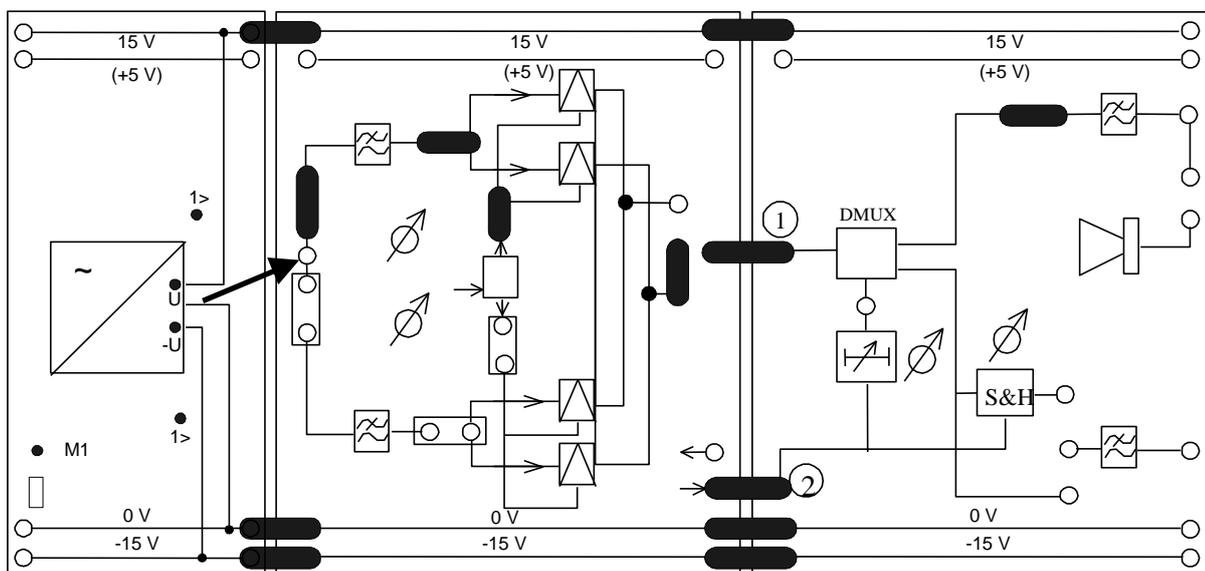


Figura 1 – Ligações a efectuar para a modulação / desmodulação PAM

O presente trabalho consiste nos seguintes pontos:

Ponto 1 – Estudo da resposta em frequência do filtro passa-baixo de entrada do modulador

Ponto 2 – Resposta no tempo de um sinal PAM

Ponto 3 – Resposta na frequência de um sinal PAM

Ponto 4 – Um sistema PAM de multiplexagem por divisão temporal (PAM-TDM)

Ponto 2 – Resposta no tempo de um sinal PAM

Objetivo: Pretende-se verificar no tempo como um sinal é modulado em PAM e depois desmodulado para se obter novamente o sinal analógico no final, usando ambas as técnicas: PAM₁ e PAM₂. A influência do duty cycle é também estudada.

Procedimentos:

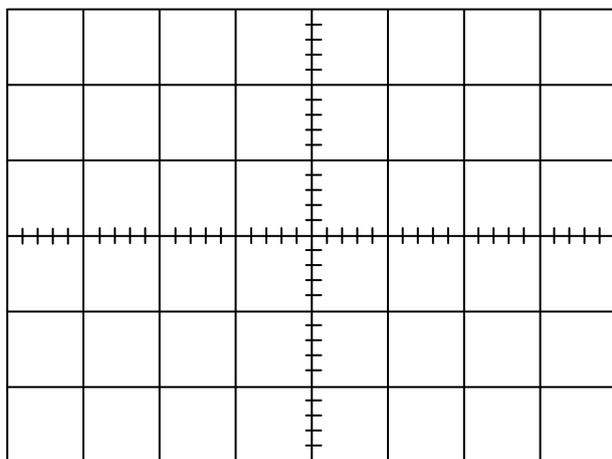
1. Vamos começar com o máximo do *duty cycle*. Faça as ligações como está ilustrado na figura 1 incluindo as três ligações a branco. Coloque o gerador de pulsos, G, em $\tau/T_p = \max$, e $f_p = 15 \text{ kHz}$.
2. Alimente a entrada do filtro do canal 1 com um sinal sinusoidal com $f_M = 1250 \text{ Hz}$ e $A_M = 10 \text{ V}$ (20 V pico a pico) (Use o osciloscópio para verificar a tensão e a frequência do sinal).
3. Ajuste os seguintes valores (alguns já foram feitos na alínea 1)

Sistema PAM	
Frequência de amostragem f_p	15 kHz
<i>duty cycle</i> T/T_p	Máximo
Disparo de atraso do multiplexer Δt	Mínimo

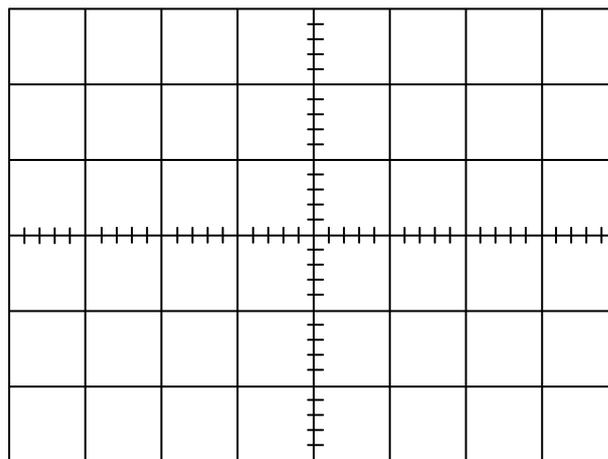
Osciloscópio	
Escala do canal 1	5 V/DIV
Escala do canal 2	5 V/DIV
Base de tempo	100 $\mu\text{s}/\text{DIV}$
Disparo (<i>Trigger</i>)	Canal 1

4. Pretende-se medir o atraso que os moduladores e os desmoduladores introduzem no sinal. Visualize simultaneamente no osciloscópio a entrada do filtro do canal 1 do modulador PAM (no canal 1 do osciloscópio) e a saída do filtro do canal 1 do desmodulador PAM (no canal 2). Qual o valor da diferença de fase dos dois sinais?
-
5. Visualize agora a saída do filtro do canal 1 no canal 1 do osciloscópio. No canal 2 do osciloscópio veja os seguintes sinais, desenhando-os **à escala** em baixo. É muito importante a escala pois nos pontos seguintes vamos diminuir o *duty cycle* e convém ver as diferenças.

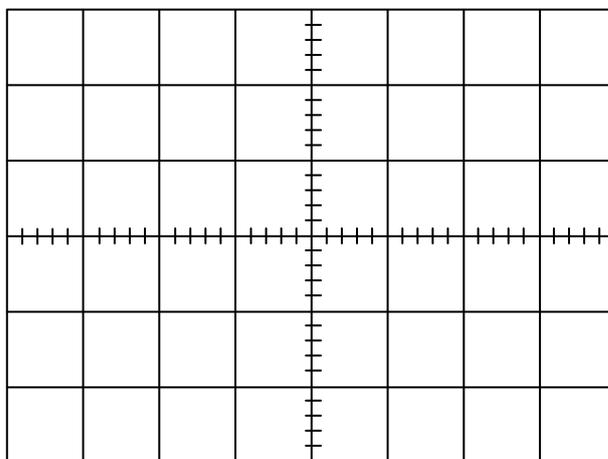
- a) O sinal modulado $s_{PAM1}(t)$ à saída do PAM₁
- b) O sinal modulado $s_{PAM2}(t)$ à saída do PAM₂
- c) O sinal desmodulado $s_D(t)$ à saída do filtro passa-baixo do canal 1 do desmodulador PAM₁.



b)



a)

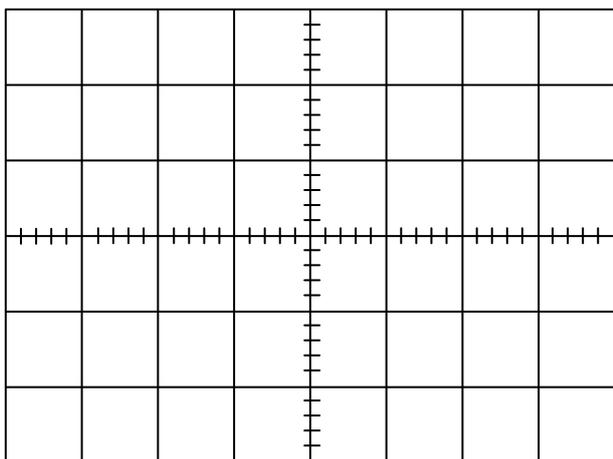


c)

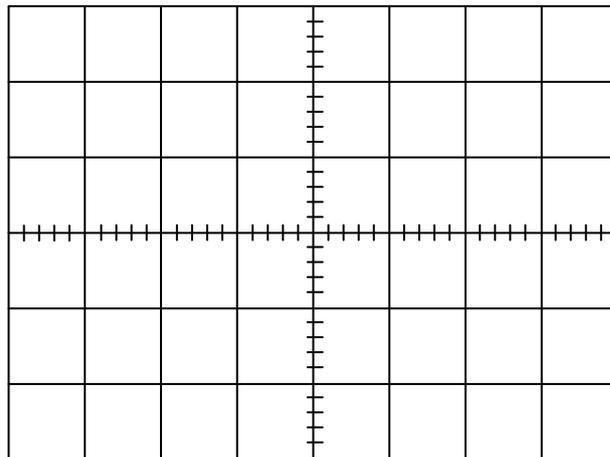
Para $f_M = 2.500 \text{ Hz}$ qual é a frequência de amostragem de Nyquist?

Influência do fator *duty cycle* na onda PAM

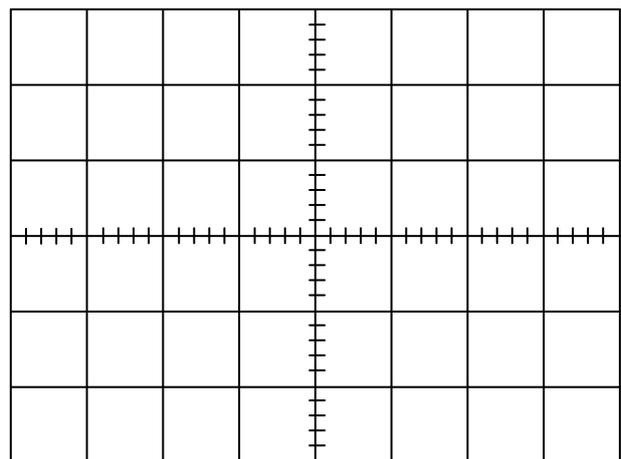
6. Repita a experiência 5 agora para um *duty cycle* de 20%, mantendo a frequência de amostragem inalterada. Para ter um *duty cycle* de 20% use apenas o canal 1, desligando as fichas que ligavam o canal 2.



b)



a)



c)

7. Compare com os resultados das alíneas 5. e 6. O que esperava em termos quantitativos? Olhe para a expressão, por exemplo, de S_{PAM1} na página 2 e veja os fatores multiplicativos do sinc.

Ponto 3 – Resposta na frequência de um sinal PAM

Sinal PAM₁

Todas as medidas serão feitas à saída do sinal PAM₁ do modulador de PAM. Use o osciloscópio para ir medindo o que se pede para as várias grandezas (sinal a modular, *duty cycle*, frequência de amostragem, etc.).

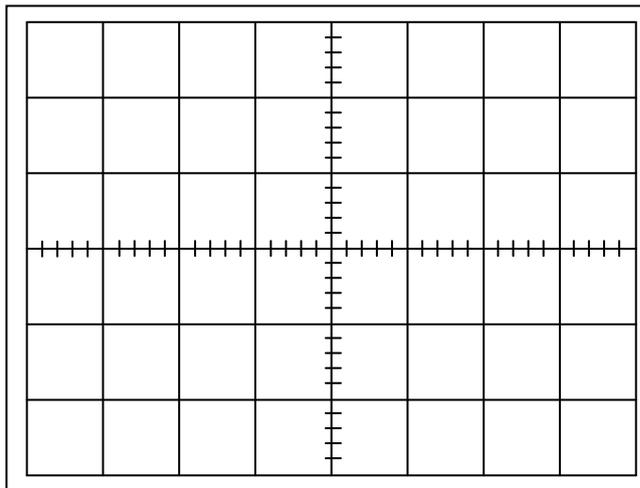
1. Alimente a entrada do filtro passa-baixo do canal 1 com um sinal sinusoidal com $f_M = 500$ Hz e $A_M = 10$ V (20 V pico a pico).
2. Trabalhe com um *duty cycle* de 20% e uma frequência de amostragem $f_p = 4$ kHz.
3. Veja o espectro da saída PAM₁. Meça-o numa gama entre os 500 Hz e os 12 kHz, e preencha a tabela seguinte com os valores. Para o cálculo dos coeficientes teóricos use a expressão da página 2 cujo termo do somatório é reescrito de seguida novamente. Não se esqueça que esta expressão advém da fórmula complexa pelo que terá de multiplicar por 2 o resultado. Não se esqueça também que a relação entre valores eficazes e valores reais é de raiz de 2 no caso da onda ser sinusoidal e nós temos uma onda quadrada (em que a relação já não é tão simples de calcular, mas vamos continuar a usar o fator raiz de 2). A figura de referência é a figura da página 2 do enunciado.

$$S_{PAM\ n} = \frac{T_A}{2T_o} \frac{\sin(\pi n \frac{T}{T_o})}{(\pi n \frac{T}{T_o})}$$

Note que nas expressões deste enunciado se usa T/T_o para o *duty cycle*, mas nas bases está escrito τ/T_p .

4. Desenhe o espectro na figura à direita. Atenção que existem muitas réplicas do espectro inicial centradas nos múltiplos da frequência de amostragem, devido ao processo de amostragem.

Espectro do sinal PAM ₁				
N	Medidas			Teoria
	F (kHz)	Nome	$S_{PAM\ n}$ (V)	$S_{PAM\ n}$ (V)
		S_M (t)		
		LSL ₁		
		USL ₁		
		LSL ₂		
		USL ₂		
		LSL ₃		
		USL ₃		
		LSL ₄		
		USL ₄		
		LSL ₅		
		USL ₅		
		LSL ₆		
		USL ₆		

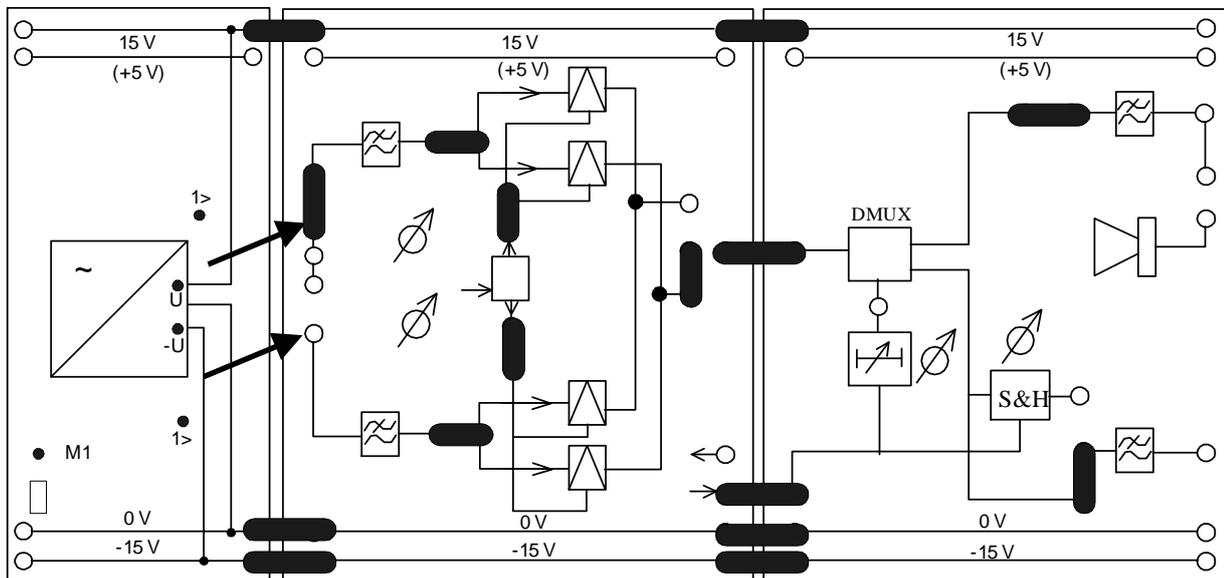


Compare o espectro com o espectro teórico dado

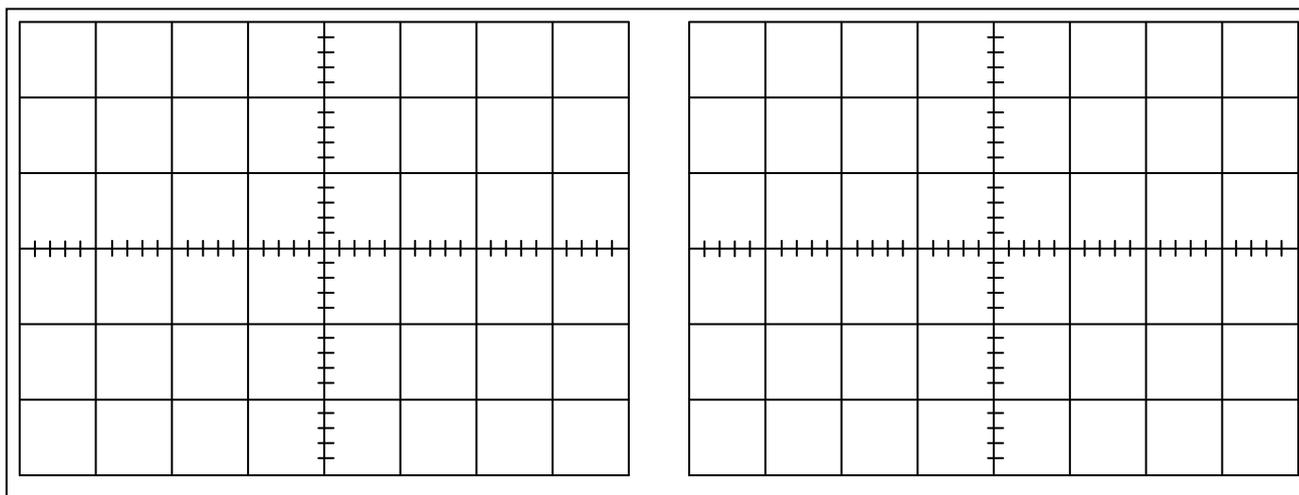
Ponto 4 – Um sistema PAM de multiplexagem por divisão temporal (PAM-TDM)

A ideia base de PAM-TDM

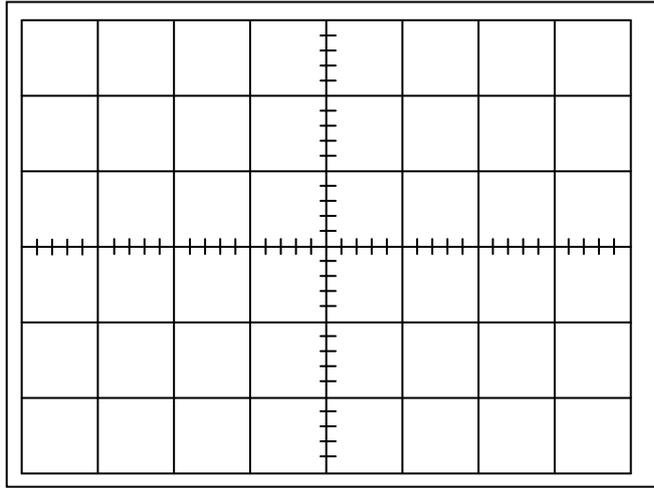
1. Faça as ligações de acordo com a figura seguinte



- Introduza uma onda triangular com $f_{M1} = 200$ Hz e $A_{M1} = 10$ V (20 V pico a pico) no canal 1 e uma onda sinusoidal com $f_{M2} = 300$ Hz e $A_{M2} = 5$ V (10 V pico a pico) no canal 2.
- Coloque a frequência de amostragem em $f_p = 15$ kHz e o máximo de *duty cycle*. Visualize no osciloscópio os dois sinais de entrada e desenhe-os no diagrama à esquerda.
- Visualize o sinal $s_{PAM1}(t)$ no osciloscópio. Ponha a base de tempo com a escala adequada. Pode ver claramente os contornos das curvas triangular e sinusoidal. Desenhe esse sinal no diagrama à direita.



- Estenda a figura no osciloscópio de modo a ver bem os contornos dos dois sinais. Desenhe a curva no diagrama na página seguinte.
- Altere o *duty cycle*. É possível aumentar o *duty cycle* acima dos 50% neste sistema com dois canais? Porquê?



7. Descreva sucintamente como se consegue (onde se deve) colocar as amostras num sistema PAM-TDM. Para isso é importante também perceber a imagem junto ao gerador de pulsos no modulador PAM. Perceba o significado do τ no painel. Imagine depois que queria ter um sistema com três canais (com outras placas claro). Como é que a translação de fase e o *duty cycle* poderiam ser num sistema com três canais? Existirá alguma fórmula geral para um sistema de n canais? Se sim, escreva-a.

8. Pretende-se analisar agora cada canal de sua vez. A entrada do filtro passa-baixo do modulador e a saída do filtro passa-baixo do desmodulador para cada canal. Desenhe os dois sinais para o canal 1 no diagrama à esquerda e os dois sinais para o canal 2 no diagrama à direita.

