

Departamento de Engenharia Electrotécnica  
Secção de Telecomunicações  
Mestrado integrado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores  
Licenciatura em Engenharia Informática

nº \_\_\_\_\_ e \_\_\_\_\_ e \_\_\_\_\_

## 1º Trabalho de Laboratório

### Objectivo Geral: Familiarização com os conceitos de sinais, espectros e modulação.

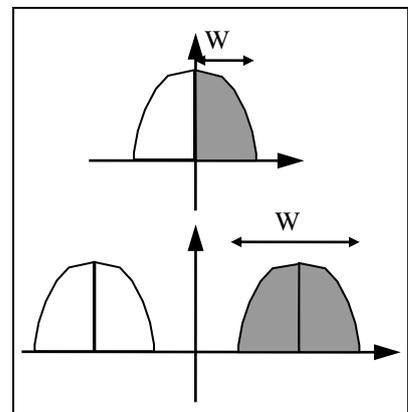
Este trabalho começa com um texto com explicações preliminares.

Existe uma página com o enunciado de um problema teórico que directamente relacionado com os procedimentos dos pontos 3 e 4 e que deve ser **resolvido e preenchido antes da aula** de laboratório. À entrada na aula esta página será **verificada pelo docente**. Não se esqueça que é relativamente simples verificar quem executou o exercício e quem copiou os resultados. Este tipo de informação será levado em conta na avaliação final da parte de laboratório.

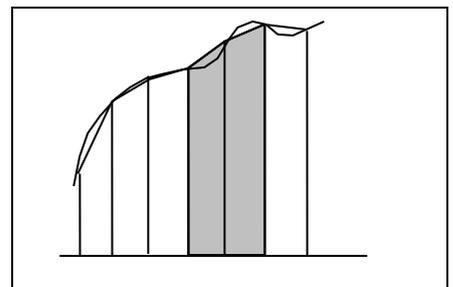
A terceira parte contém a descrição das experiências a efectuar.

### Explicações preliminares

**Largura de Banda:** Existem muitas definições para a largura de banda de um sinal, mas a ideia fundamental é *medir a gama de frequências positivas que é significativamente usada pelo sinal*. Se o espectro cai depressa para zero, o valor da frequência onde a função se anula determina um valor extremo. Outra definição muito usada em Telecomunicações quando o espectro não cai tão depressa para zero é o ponto onde ele está a  $-3\text{dB}$  do seu valor máximo (a amplitude cai  $1/\sqrt{2}$  do seu valor máximo). A opção de se contar apenas as frequências positivas traz alguma confusão. Assim, se o sinal tem o seu espectro na origem (figura de cima) a largura de banda é metade do lóbulos total. Este tipo de sinais designa-se por sinais passa-baixo e normalmente são sinais em banda de base; se, por outro lado, o espectro do sinal está afastado da origem, a largura de banda é o comprimento total do lóbulos (figura de baixo). Estes sinais são sinais passa-banda, e normalmente sofreram um processo de translação na frequência pelo que não são designados de banda de base.



**Cálculo numérico das Transformadas de Fourier:** O MATLAB (em cima do qual corre o SIMULINK) é um programa **numérico** de simulação. Numérico em oposição a analítico. Assim, os integrais, por exemplo, são calculados numericamente por aproximações (ver a figura ao lado onde existe algum exagero). O valor do integral é calculado pela soma dos vários trapezóides, como está ilustrado a cinzento. Às vezes cometem-se erros por excesso, outras vezes por defeito, dependendo da curvatura da função. Um aspecto muito importante a ter em conta é o número de pontos de cálculo. Poucos pontos produzem aproximações muito fracas. Demasiados pontos provocam um excesso de tempo de simulação. O "Step Size" dos parâmetros de simulação servem para controlar este aspecto. No caso particular das Transformadas de Fourier (onde se tem de calcular um integral), foi descoberto um algoritmo numérico que consegue calcular o integral com um número muito reduzido de operações. Chama-se FFT (*Fast Fourier Transform*) e o seu êxito tem sido tanto que encontramos o FFT numa quantidade muito grande de equipamentos



reais. Um exemplo é o osciloscópio do nosso laboratório. O cálculo da Transformada de Fourier é importante para se calcular a **descrição do sinal na frequência** e também a **densidade espectral de potência**.

**Densidade Espectral de Potência:** A densidade espectral de potência mostra a distribuição da potência ao longo das várias frequências que o sinal tem. Como é o quadrado da transformada de Fourier (como será provado ao longo da disciplina), sabê-la equivale a saber o espectro do sinal (Enfim, o quadrado é sempre positivo, mas temos sempre o espectro de fase para saber quando o espectro total é negativo). De um ponto de vista analítico é normalmente fácil calcular o integral de uma função e saber exactamente qual é a densidade espectral de potência de um sinal. De um ponto de vista numérico tem-se um primeiro problema que é o de decidir com quantos **pontos passados** da função se vai efectuar o cálculo (para além do passo do cálculo focado no ponto anterior). Estas escolhas vão influenciar o gráfico que se vai obter, pelo que convém ter um certo **espírito crítico** para perceber se não se está a cometer um erro grosseiro quando utilizamos equipamentos de laboratório (ou na vida real). Quando trabalhamos com sinais periódicos todas estas situações não são demasiado graves pois o sinal repete-se e o cálculo numérico acaba por estabilizar. O SIMULINK tem um componente que calcula a densidade espectral de potência média ao longo do tempo de um sinal. Está no grupo “extras”, subgrupo “Analysers” e chama-se “Average PSD” (Power Spectral Density). Tem alguns parâmetros que têm de ser calibrados para podermos ter os resultados correctos.

**Filtros:** O filtro é um sistema que pode produzir alterações na amplitude e fase das ondas à sua entrada (se for linear e invariante no tempo não produz alterações nas frequências da sua banda passante). Nesta experiência estas alterações vão ser visíveis. Assim, vai ser preciso colocar um ganho para amplificar o sinal à saída do filtro para compensar as alterações lineares provocadas na amplitude pelo filtro. Quanto às alterações na fase haverá um espaço para comentários dos alunos. Um filtro passa baixo exhibe uma resposta de amplitude que tipicamente tem a forma apresentada na figura abaixo.

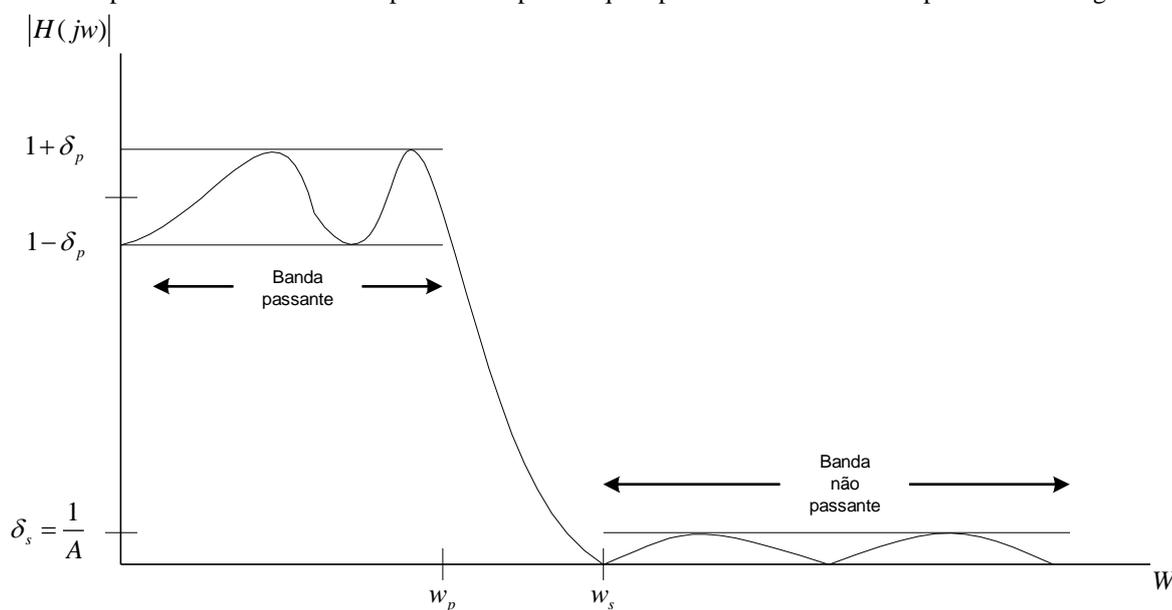


Figura I

Nesta pode-se identificar uma banda passante para  $0 \leq w \leq w_p$ , na qual os valores assumidos pela resposta em amplitude do filtro obedecem à condição  $1 - \delta_p \leq |H(jw)| \leq 1 + \delta_p$ , uma banda de transição para  $w_p \leq w \leq w_s$  e finalmente uma banda de não passante definida na gama de frequências  $w_s \leq w \leq \infty$  na qual  $|H(jw)| \leq \delta_s$ , isto é, a resposta em amplitude do filtro tende para um valor nulo com um erro de  $\delta_s$ . Pode-se definir igualmente o parametro de selectividade

do filtro como sendo o quociente  $k = \frac{w_p}{w_s}$ .

No caso de um filtro ideal ter-se-ia  $k = 1$ , o que é impossível realizar fisicamente. Logicamente, um filtro ideal não exibiria variabilidade na amplitude da sua resposta dentro da banda passante e para frequências superiores a  $w_s$  a sua resposta em amplitude teria um valor nulo.

### Aproximação de Butterworth

Na aproximação de Butterworth, a resposta em amplitude de um filtro passa baixo de ordem N é descrita pela expressão:

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + (\omega/\omega_c)^{2N}}$$

Verifica-se que a resposta em amplitude deste filtro tem o máximo para a frequência nula, sendo o seu ganho em dB igualmente nulo para essa frequência. Para  $\omega = \omega_c$  obtém-se um ganho de  $-3$  dB, pois  $\omega_c$  é a frequência de corte do filtro a 3 dB, podendo-se no entanto definir outras frequências de corte segundo outros critérios, por exemplo a 6 dB ou a 10 dB. Para valores de frequência superiores à frequência de corte a resposta em amplitude do filtro de Butterworth pode ser aproximada por

$$|H(j\omega)|^2 \approx \frac{1}{(\omega/\omega_c)^{2N}}$$

Da análise da expressão anterior conclui-se que um aumento da ordem do filtro conduz a uma taxa maior de atenuação com a frequência dentro da banda de transição. Consequentemente a banda de transição do filtro decresce e a sua selectividade aumenta, uma vez que  $k$  tende para 1 à medida que decresce a diferença entre os valores de  $\omega_p$  e  $\omega_s$ . Este comportamento encontra-se bem exemplificado na figura II, onde se encontram representadas as características em amplitude de um filtro, obtidas para diversos valores da ordem  $N$ .

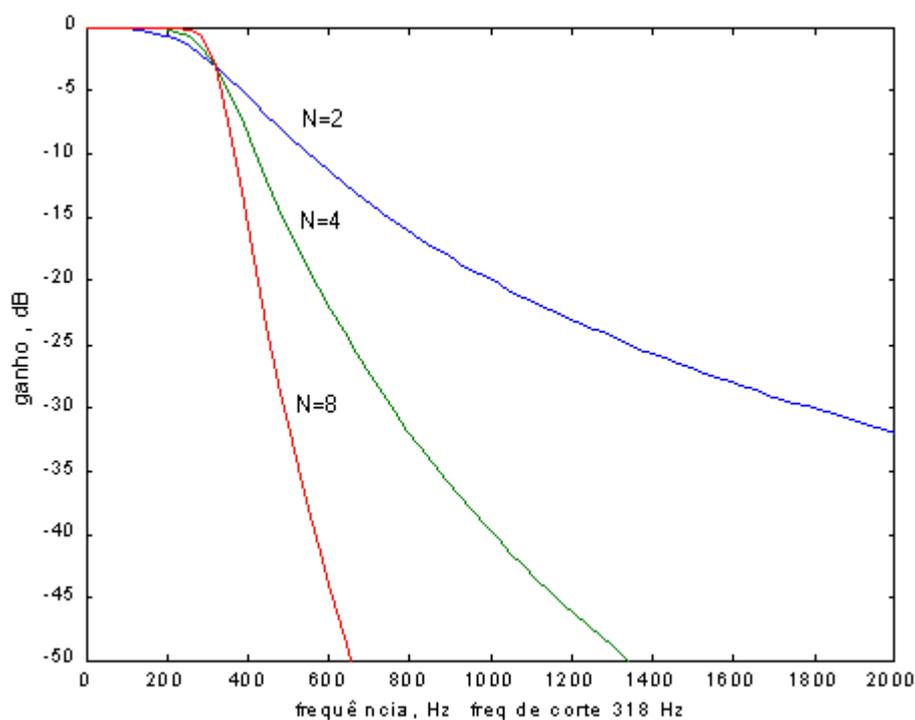


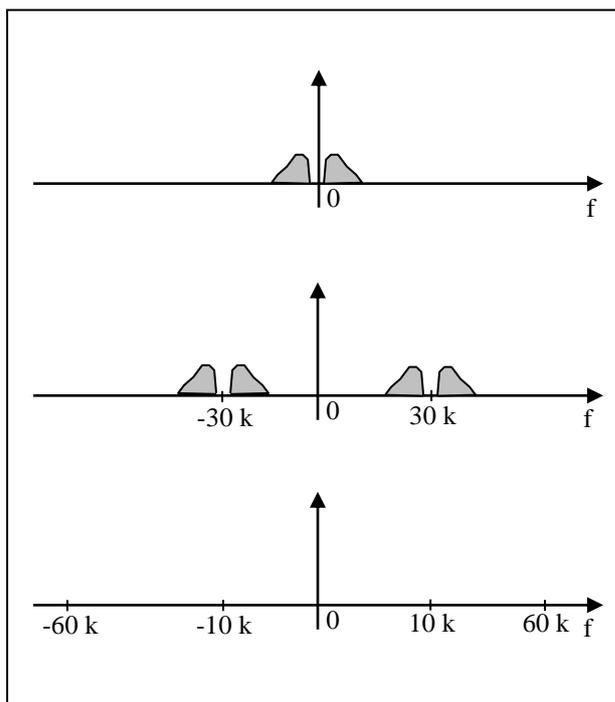
Figura II

### Simulink e resposta em Frequência

No Simulink não se consegue visualizar directamente a resposta em frequência de um filtro passa baixo. Mas pode-se ver indirectamente com auxílio de ruído branco. O ruído branco ocupa todas as frequências e tem uma potência igual em todas elas. Assim, aplicando ruído á entrada do filtro, o espectro obtido à saída do filtro corresponderá simplesmente à característica da resposta em frequência do filtro considerado. No Simulink consegue-se obter a visualização da resposta em frequência do filtro, considerando uma montagem constituída por um elemento do tipo “Random Number” seguido de um “gain”. Esse sinal é depois introduzido num filtro e analisa-se a saída do filtro com um analisador espectral “Average PSD”.

**Ponto 0 – Preparação do Laboratório (a efectuar antes da aula de laboratório. Será verificado à entrada da aula)**

**Explicação:** Vamos estudar que o espectro de um sinal é representado por frequências positivas e negativas. Para sinais normais (não monocromáticos, como a voz) existem muitas frequências. Assim, um espectro de voz que tem frequências reais entre os 400 Hz e os 4.000 Hz tem um espectro com valores diferentes de zero entre os  $-4.000$  Hz e os  $-400$  Hz e entre os 400 Hz e os 4.000 Hz. Isso está representado na parte de cima da figura ao lado. Quando queremos modulá-lo em amplitude (a mais fácil) basta multiplicar o nosso sinal por um coseno com a frequência que desejamos (por exemplo, 20 kHz). Na frequência, o nosso sinal (todo, a parte negativa e a parte positiva) vai centrar-se na frequência da portadora na parte positiva (30 kHz) e negativa (- 30 kHz). É como se pegássemos no espectro inicial e o centrássemos nos novos zeros que agora estão em  $-30$  kHz e 30 kHz!... Isso está ilustrado na parte do meio da figura ao lado. Já agora, a desmodulação, que vai ser feita num ponto abaixo nesta sessão de laboratório, é conseguida também pela multiplicação por um coseno com a frequência da portadora (os tais 30 kHz), e **com a mesma fase da portadora de modulação**. O processo na frequência é idêntico. Complete a parte de baixo da figura a nível espectral, onde já estão indicadas as frequências relevantes. Como é que acha que se pode recuperar o nosso sinal original?



---

---

---

---

---

---

---

---

## Ponto 1 - Determinação do espectro e da densidade espectral de potência de um sinal monocromático

**Objectivo:** Pretende-se compreender a densidade espectral de potência de um sinal monocromático e perceber o modo de calibração do medidor de densidades espectrais do simulink.

### Procedimentos:

1. Abra um novo modelo (espect.m) e não se esqueça de o ir guardando de vez em quando.
2. Copie um “*Signal Generator*” do grupo *Sources* e coloque uma onda sinusoidal de 200 Hz e amplitude 2. Copie um “*Graph*” do grupo *Sinks* e visualize a onda. Parametrize os valores de “*Min Step Size*”, “*Max Step Size*” e o “*Time range*” do “*Graph*” para visualizar cerca de 10 ciclos da onda de cada vez.
3. De um ponto de vista teórico desenhe o espectro de amplitude desta onda anterior (não se esqueça de colocar valores nos eixos).
  
4. Copie agora um “*Average PSD*” do grupo *extras/analysers* para visualizar a densidade espectral de potência da onda. O campo “*Sample Time*” controla o passo com que se fazem os cálculos numéricos para a Transformada de Fourier (ou dito de um modo mais preciso para o FFT) em função do “*Step Size*”. Tenha atenção ao valor que decida colocar neste campo.
5. Desenhe a forma de onda que obteve para a densidade espectral de potência, compare com a teórica e comente.
6. Guarde o modelo

---

---

---

---

---

## Ponto 2 – Funcionamento básico de filtros

**Objectivo:** Os filtros são circuitos que actuam selectivamente na frequência. O objectivo é visualizar tanto no tempo como na frequência o efeito dos filtros num sinal de mensagem com mais do que uma frequência.

### Procedimentos:

1. Continue com o modelo do ponto 1, mas guarde-o com outro nome (soma\_sen.m).
2. Com a utilização de um somador (*sum* do bloco *linear*), faça um sinal composto de três cossenos: um com 1000 Hz, outro com 4000 Hz e outro com 8000 Hz.
3. Diga o que estava à espera de encontrar para a densidade espectral de potência e comente se obteve isso.

---

---

---

4. Pretende-se agora com a utilização de um filtro cortar a componente de maior frequência do sinal. Para isso, use um filtro “*Analog Butterworth LP Filter*” do grupo “*Extras*”, “*Filters*” e “*Analog LowPass*”. Antes de iniciar a experiência tem de parametrizar o filtro. A frequência de corte foi explicada nas aulas teóricas e define a frequência a partir da qual o filtro começa a cortar. A ordem diz respeito à velocidade a que o filtro vai para zero depois da frequência de corte. Um filtro de uma ordem baixa tem um declive pequeno até chegar a zero. Um filtro de ordem alta tem uma curva que cai depressa para zero logo a seguir à frequência de corte. Quanto mais alta for a ordem mais componentes o circuito electrónico do filtro tem e mais caro fica...
5. Faça agora a experiência descrita no final das **explicações preliminares**, com ruído branco e o filtro, para perceber o efeito da frequência de corte e da ordem. **Quando se muda a ordem do filtro pode acontecer que o SIMULINK rebente. Especialmente agora guarde o modelo frequentemente.**
6. Retire os componentes de ruído e de ganho e volte à experiência deste ponto.
7. Parametrize o filtro para cortar a frequência mais alta do sinal.
8. Veja a densidade espectral do sinal à saída do filtro para perceber o efeito real do filtro.
9. Experimente agora filtros com ordens diferentes (2 e 8). Defina para cada ordem uma frequência de corte apropriada. Não se habitue a ter super-circuitos quando coisas mais baratas podem muito bem realizar a tarefa (No simulink não custa dinheiro, mas na vida real isso reflecte-se no preço do produto).

$f_c =$                        $ordem = 2$

$f_c =$                        $ordem = 16$

---

---

10. Repita os pontos 7, 8 e 9 mas agora ficando apenas com a frequência do meio do sinal composto pelos três cossenos.
11. Desta vez escolha um filtro passa-banda, mas tem de parametrizar também a largura de banda. Comente a importância da ordem para estes filtros.

$f_c =$                        $ordem = 2$   
 $LB =$

$f_c =$                        $ordem = 16$   
 $LB =$

---

---

---

---

---

---

---

---

12. Guarde o modelo.

### Ponto 3 – Modulação de um sinal periódico monocromático

**Objectivo:** Perceber a translação de um sinal de baixa frequência para uma frequência maior e o que acontece a nível da frequência – a nível espectral.

**Procedimentos:**

1. Abra um novo modelo, mod\_amp.m, e vá-o guardando de tempos a tempos para não o perder.
2. Copie um “*Sine Wave*” e coloque uma frequência de 200 Hz – este será o nosso sinal a representar a voz. Para se terem cálculos mais precisos use  $(2 \cdot \pi \cdot 200 \text{ rad/seg, em vez de } 1256)$ . Copie um “*Graph*” e visualize o sinal. Parametrize os valores de “*Min Step Size*”, “*Max Step Size*” e o “*Time range*” do “*Graph*” para visualizar cerca de 10 ciclos do sinal de cada vez.
3. Copie agora um “*Average PSD*” para visualizar a densidade espectral de potência do sinal. O campo “*Sample Time*” controla o passo com que se fazem os cálculos numéricos para a Transformada de Fourier (ou dito de um modo mais preciso para o FFT) em função do “*Step Size*”. Tenha atenção ao valor que decida colocar neste campo. É de salientar igualmente que o número de pontos a considerar para o cálculo da FFT bem como o número de pontos no Buffer têm de ser potências de 2. Usualmente pode-se usar 256 pontos no buffer e 512 pontos para o cálculo da FFT sem perdas de resolução significativas no espectro obtido.
4. Vamos modular o sinal em amplitude! Para isso vamos multiplicar o sinal por um coseno com uma frequência de 2000 Hz, e uma fase de  $\pi/2$ . Use outro “*Sine Wave*” e o multiplicador é o componente “*Product*” do bloco “*Nonlinear*”. Visualize agora a onda modulada no “*Graph*”, em vez do sinal, e desenhe-a em baixo. **APENAS PARA DESENHAR O SINAL NO TEMPO USE 10.000 Hz em vez de 2000 Hz para a portadora.** Explique as características principais dessa onda.

---

---

---

---

5. Volte a colocar a frequência da portadora em 2000 Hz. Use o “*Average PSD*” para visualizar a densidade espectral de potência da onda modulada. Desenhe-a em baixo e explique as características principais dessa onda.

---

---

6. Guarde o modelo.

## Ponto 4 – Desmodulação e recuperação da onda original

**Objectivo:** Perceber o fenómeno da desmodulação e do uso de filtros para recuperar a onda original.

**Procedimentos:**

1. Volte a abrir o modelo (mod\_amp.m) e não se esqueça de o ir guardando de vez em quando.
2. Copie outro “*Product*” e use outro “*Sine Wave*” idêntico ao que gerou a onda portadora.
3. Visualize a onda no “Graph” depois do segundo produto. Desenhe-a e escreva as suas principais características.

---

---

---

4. Use o analisador espectral, “*Average PSD*” para ver o que está a acontecer a nível de frequência. Desenhe o que obteve e explique as principais características.

---

---

---

5. Finalmente, é preciso vermo-nos livres das componentes de alta frequência do sinal, que todo este processo incluiu. Para isso use um filtro. Termine a experiência sozinho. Para isso  
Escolha um filtro e parametrize-o.  
Coloque-o no sítio respectivo.  
Visualize a onda final e inicial no “*Graph*”.
6. Indique que filtro usou, onde o colocou, e quais os parâmetros que usou e porquê.

---

---

---

---

---

7. Desenhe o sinal inicial e o final no tempo, e comente o que obteve e porque é que ele pode diferir do que estava à espera.

---

---

---

---

---

---

---

8. Desenhe a densidade espectral de potência do sinal final e comente de igual modo.

---

---

---

---

9. Guarde o modelo.