

Departamento de Engenharia Eletrotécnica  
Secção de Telecomunicações  
Mestrado integrado em Engenharia Eletrotécnica e de Computadores  
Licenciatura em Engenharia Informática

Grupo: \_\_\_\_ n° \_\_\_\_ e \_\_\_\_

\_\_\_\_\_

### 3º Trabalho de Laboratório

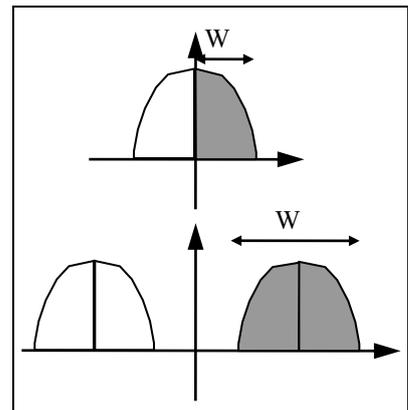
#### Objetivo Geral: Familiarização com os conceitos de sinais, espectros e modulação.

Leia e faça o Ponto 0 **ANTES** da aula de laboratório. À entrada da aula pode-lhe ser pedido este enunciado com o ponto 0 executado. Resista à tentação de copiar os resultados porque depois não entenderá muito do que se vai fazer no laboratório.

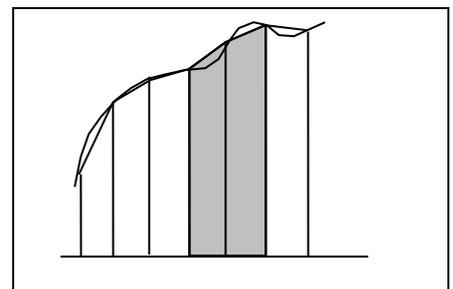
#### Ponto 0 – Explicações preliminares

**Largura de Banda:** Existem muitas definições para a largura de banda de um sinal, mas a ideia fundamental é *medir a gama de frequências positivas que é significativamente usada pelo sinal*. Se o espectro cai depressa para zero, o valor da frequência onde a função se anula determina o valor da largura de banda. Outra definição muito usada em Telecomunicações quando o espectro não cai tão depressa para zero é o ponto onde ele está a  $-3\text{dB}$  do seu valor máximo (a amplitude cai  $1/\sqrt{2}$  do seu valor máximo, ou  $1/2$  da amplitude máxima da densidade espectral de potência – ver abaixo). A opção de se contar apenas as frequências positivas traz alguma confusão. Assim:

- se o sinal tem o seu espectro na origem (figura de cima) a largura de banda é metade do lóbulo total. Este tipo de sinais designa-se por sinais passa-baixo e normalmente são sinais em banda de base;
- se, por outro lado, o espectro do sinal está afastado da origem, a largura de banda é o comprimento total do lóbulo (figura de baixo). Estes sinais são sinais passa-banda, e normalmente sofreram um processo de translação na frequência pelo que não são designados de banda de base, mas sim sinais passa-banda.



**Cálculo numérico das Transformadas de Fourier:** O MATLAB (em cima do qual corre o SIMULINK) é um programa **numérico** de simulação. Numérico em oposição a analítico. Assim, os integrais, por exemplo, são calculados numericamente por aproximações (ver a figura ao lado onde existe algum exagero). O valor do integral é calculado pela soma dos vários trapezoides, como está ilustrado a cinzento. Às vezes cometem-se erros por excesso, outras vezes por defeito, dependendo da curvatura da função. Um aspeto muito importante a ter em conta é o número de pontos de cálculo. Poucos pontos produzem aproximações muito fracas. Demasiados pontos provocam um excesso de tempo de simulação.



Existem dois parâmetros de simulação, “*Step Size*”, que servem para controlar este aspeto. No caso particular das Transformadas de Fourier (onde se tem de calcular um integral), foi desenvolvido um algoritmo numérico que consegue calcular o integral com um número muito reduzido de operações. Chama-se FFT (*Fast Fourier Transform*) e o seu êxito tem sido tanto que encontramos o FFT numa quantidade muito grande de equipamentos reais. Um exemplo é o osciloscópio do nosso laboratório. O cálculo da Transformada de Fourier é importante para se calcular a **descrição do sinal na frequência** e também a **densidade espectral de energia ou potência**.

**Densidade Espectral de Potência:** A densidade espectral de potência mostra a distribuição da potência ao longo das várias frequências que o sinal tem. Como ela é o quadrado da transformada de Fourier (como será provado ao longo da disciplina) a relação dela com o espectro de amplitude é muito simples. De um ponto de vista analítico é normalmente fácil

calcular o integral de uma função e saber exatamente qual é a densidade espectral de potência de um sinal. De um ponto de vista numérico tem-se um primeiro problema que é o de decidir o número de **pontos do passado** da função que se vão considerar para o cálculo (para além do passo do cálculo que foi abordado no ponto anterior). Estas escolhas vão influenciar o gráfico que se vai obter, pelo que convém ter um certo **espírito crítico** para perceber se não se está a cometer um erro grosseiro quando utilizamos equipamentos de laboratório (ou na vida real). Quando trabalhamos com sinais periódicos todas estas situações não são demasiado graves pois o sinal repete-se e o cálculo numérico acaba por estabilizar. O SIMULINK tem um componente que calcula a densidade espectral de potência média ao longo do tempo de um sinal. Está no grupo “extras”, subgrupo “Analysers” e chama-se “Average PSD” (Power Spectral Density). Tem alguns parâmetros que têm de ser calibrados para podermos ter os resultados corretos.

**Filtros:** O filtro é um sistema que pode produzir alterações na amplitude e fase das ondas à sua entrada (se for linear e invariante no tempo não produz alterações nas frequências da sua banda passante). Nesta experiência estas alterações vão ser visíveis. Pode então ser preciso colocar um ganho para amplificar o sinal à saída do filtro para compensar as alterações lineares que ele provocou na amplitude. Relativamente às alterações na fase haverá um espaço para comentários dos alunos. Um filtro passa baixo exhibe uma resposta de amplitude que tipicamente tem a forma apresentada na figura abaixo.

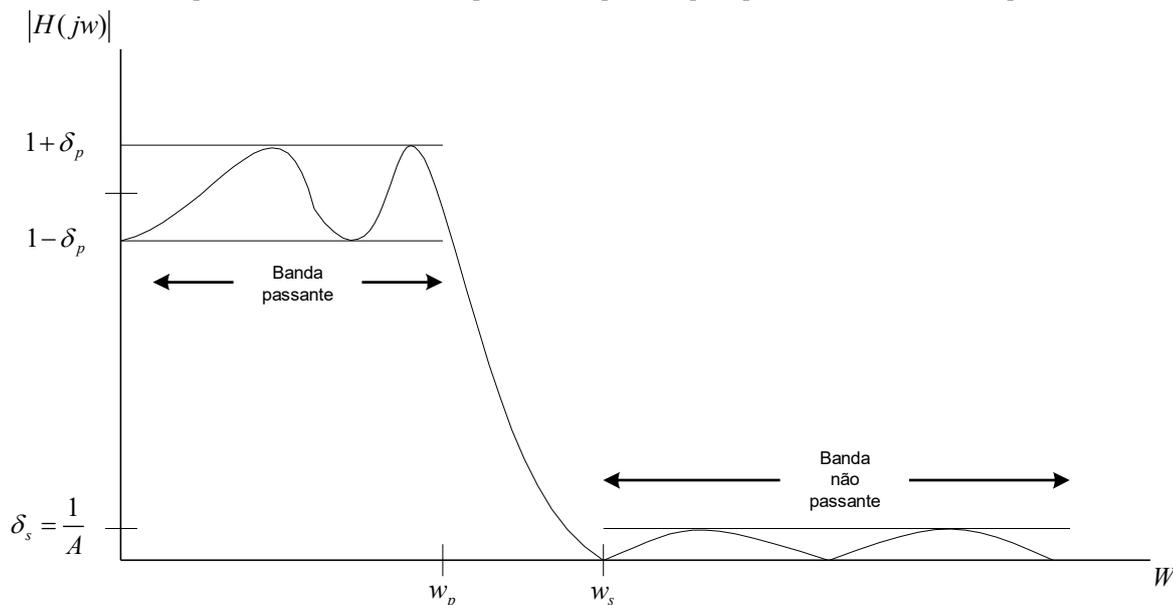


Figura I

Nesta figura pode-se identificar uma banda passante para  $0 \leq w \leq w_p$ , na qual os valores assumidos pela resposta em amplitude do filtro obedecem à condição  $1 - \delta_p \leq |H(jw)| \leq 1 + \delta_p$ , uma banda de transição para  $w_p \leq w \leq w_s$  e finalmente uma banda de não passante definida na gama de frequências  $w_s \leq w \leq \infty$  na qual  $|H(jw)| \leq \delta_s$ .

Isto é, a resposta em amplitude do filtro tende para um valor nulo com um erro de  $\delta_s$ . Pode-se definir igualmente o

parâmetro de seletividade do filtro como sendo o quociente  $k = \frac{w_p}{w_s}$ .

No caso de um filtro ideal ter-se-ia  $k = 1$ , o que é impossível realizar fisicamente. Para além disto, um filtro ideal não exhibe variabilidade na amplitude da sua resposta dentro da banda passante e para frequências superiores a  $w_s$  a sua resposta em amplitude tem um valor nulo.

### Aproximação de Butterworth

Na aproximação de Butterworth, a resposta em amplitude de um filtro passa baixo de ordem N é descrita pela expressão:

$$|H(jw)|^2 = \frac{1}{1 + (w/w_c)^{2N}}$$

Verifica-se que a resposta em amplitude deste filtro tem o máximo para a frequência nula, sendo o seu ganho em dB nulo para essa frequência. Para  $w = w_c$  obtém-se um ganho de  $-3$  dB.  $w_c$  é a frequência de corte do filtro a 3 dB.

Para valores de frequência superiores à frequência de corte a resposta em amplitude do filtro de Butterworth pode ser aproximada por

$$|H(j\omega)|^2 \approx \frac{1}{(\omega/\omega_c)^{2N}}$$

Da análise da expressão anterior conclui-se que um aumento da ordem do filtro conduz a uma taxa maior de atenuação do sinal com a frequência dentro da banda de transição. Note que a banda de transição do filtro decresce e a sua seletividade aumenta, uma vez que  $k$  tende para 1 à medida que decresce a diferença entre os valores de  $\omega_p$  e  $\omega_s$ . Este comportamento encontra-se bem exemplificado na figura II, onde se encontram representadas as características em amplitude de um filtro, obtidas para diversos valores da ordem  $N$ .

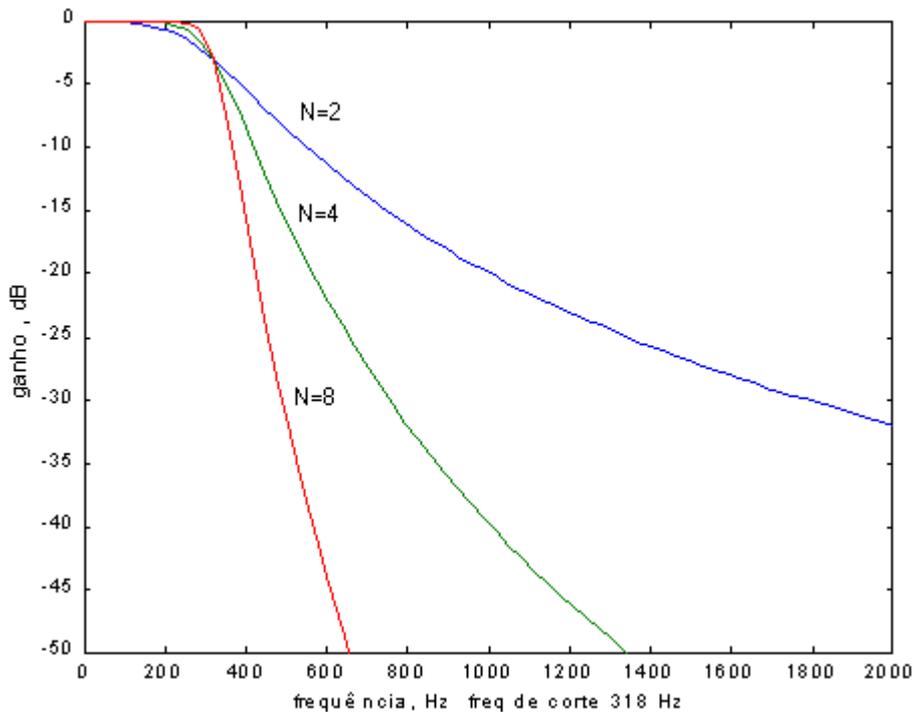


Figura II

### Simulink e resposta em Frequência

No Simulink não se consegue visualizar diretamente a resposta em frequência de um filtro passa baixo. Mas pode-se ver indiretamente com auxílio de ruído branco. O ruído branco ocupa todas as frequências e tem uma potência igual em todas elas. Assim, aplicando ruído à entrada do filtro, o espectro obtido à saída do filtro corresponde simplesmente à característica da resposta em frequência do filtro considerado.

Uma montagem possível é usar o componente “*Random Number*” para gerar o ruído seguido de um “*Gain*”. Este ruído é depois introduzido num filtro e analisa-se a saída do filtro com um analisador espectral “*Average PSD*”.

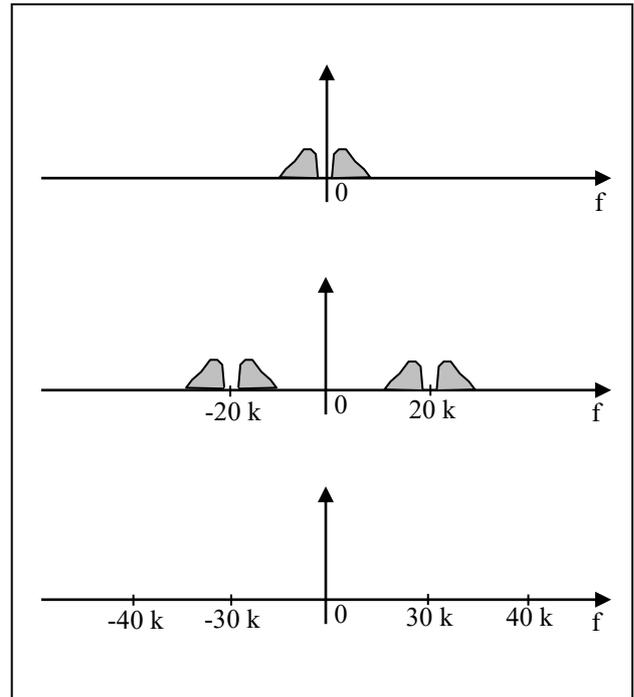
## Ponto 0 – Preparação do Laboratório

**Explicação:** Como já viu na parte teórica da disciplina, o espectro de um sinal é representado por frequências positivas e negativas. Considere sinais com várias frequências, como a voz (isto é, sinais não monocromáticos).

Considere um sinal real com frequências entre os 400 Hz e os 4.000 Hz que tem um espectro de amplitude simétrico em relação ao eixo do  $y$ . Isto é, tem um espectro com valores diferentes de zero entre os  $-4.000$  Hz e os  $-400$  Hz e entre os 400 Hz e os 4.000 Hz. Isso está representado na parte de cima da figura ao lado.

Quando queremos modulá-lo em amplitude (a mais fácil) basta multiplicar o nosso sinal por um coseno com a frequência da portadora (por exemplo, 20 kHz). Esta multiplicação tem o seguinte efeito na frequência:

O sinal (todo: a parte negativa e a parte positiva) vai centrar-se na frequência da portadora na parte positiva (20 kHz) e na parte negativa (- 20 kHz). É como se pegássemos no espectro inicial (a figura de cima) e o centrássemos nos novos zeros que agora estão em  $-20$  kHz e 20 kHz!... Isso está ilustrado na parte do meio da figura.



Nesta aula de laboratório também se vai fazer a desmodulação.

A desmodulação é feita multiplicando o sinal outra vez por um coseno com a frequência da portadora (no nosso caso os 30 kHz), e **com a mesma fase da portadora de modulação**. Assim, o processo na frequência é idêntico, isto é, é como se centrássemos o espectro que temos agora (a figura do meio) nos novos zeros. Lembre-se que os novos zeros são a frequência do coseno que se multiplicou.

Complete a parte de baixo da figura para mostrar o espectro da onda final depois de desmodulada. Vai reparar que o nosso sinal vai aparecer em muitas zonas de frequência. Sempre que coincidirem nalguma frequência, as suas amplitudes somam-se. Como é que acha que se pode recuperar o nosso sinal original?

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Ponto 1 - Determinação do espectro e da densidade espectral de potência de um sinal monocromático

**Objetivo:** Pretende-se compreender a densidade espectral de potência de um sinal monocromático e perceber o modo de calibração do medidor de densidades espectrais do Simulink.

### Procedimentos:

1. Abra um novo modelo (spect.m) e não se esqueça de o ir guardando de vez em quando.
2. Copie um “*Signal Generator*” e coloque uma onda sinusoidal de 200 Hz e amplitude 2. Copie um “*Graph*” e visualize a onda. Parametrize os valores de “*Min Step Size*”, “*Max Step Size*” e o “*Time range*” do “*Graph*” para visualizar cerca de 10 ciclos da onda de cada vez.
3. De um ponto de vista teórico desenhe o espectro de amplitude desta onda (não se esqueça de colocar valores nos eixos).
  
4. Vamos ver na prática se se confirma. Copie agora um “*Average PSD*” para visualizar a densidade espectral de potência da onda. O campo “*Sample Time*” controla o passo com que se fazem os cálculos numéricos para a Transformada de Fourier (ou dito de um modo mais preciso para o FFT) em função do “*Step Size*”. Controla também a escala das abcissas. Tenha atenção ao valor que decida colocar neste campo.
5. Desenhe a forma de onda que obteve para a densidade espectral de potência, compare com a teórica e comente.
6. Guarde o modelo

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## Ponto 2 – Funcionamento básico de filtros

**Objetivo:** Os filtros são circuitos que atuam seletivamente na frequência. O objetivo deste ponto é visualizar tanto no tempo como na frequência o efeito dos filtros num sinal de mensagem com mais do que uma frequência.

### Procedimentos:

1. Continue com o modelo do ponto 1, mas guarde-o com outro nome (soma\_sen.m).
2. Com a utilização de um somador, faça um sinal composto de três cossenos: um com 1000 Hz, outro com 3000 Hz e outro com 8000 Hz.
3. Diga o que estava à espera de encontrar para a densidade espectral de potência e comente se obteve isso.

- 
- 
- 
4. Pretende-se agora cortar a componente de maior frequência do sinal com a utilização de um filtro. Para isso, use um filtro “*Analog Butterworth LP Filter*” do grupo “*Extras*”, “*Filters*” e “*Analog LowPass*”. Antes de iniciar a experiência tem de parametrizar o filtro.

A frequência de corte foi explicada nas aulas teóricas e define a frequência a partir da qual o filtro começa a cortar. A ordem diz respeito à velocidade a que o filtro vai para zero depois da frequência de corte. Um filtro de uma ordem baixa tem um declive pequeno. Um filtro de ordem alta tem uma curva que cai depressa logo a seguir à frequência de corte. Quanto mais alta for a ordem mais componentes o circuito eletrónico tem e mais caro fica...

5. Faça agora a experiência descrita no final das **explicações preliminares**, sob o título “**Simulink e resposta em Frequência**” com ruído branco, para perceber o efeito da frequência de corte e da ordem. **Quando se muda a ordem do filtro pode acontecer que o SIMULINK rebente. Especialmente agora, guarde o modelo frequentemente.**
6. Retire os componentes de ruído e de ganho e volte à experiência deste ponto 2.
7. Parametrize o filtro para cortar a frequência mais alta do sinal.
8. Veja a densidade espectral do sinal à saída do filtro para perceber o efeito real do filtro.
9. Experimente agora filtros com ordens diferentes (2 e 8). Defina para cada ordem uma frequência de corte,  $f_c$ , apropriada. Não se habitue a ter super-circuitos quando coisas mais baratas podem muito bem realizar a tarefa (No Simulink não custa dinheiro, mas na vida real isso reflete-se no preço do produto).

$f_c =$                        $ordem = 2$

$f_c =$                        $ordem = 8$

- 
- 
10. Repita os pontos 7, 8 e 9 mas agora ficando apenas com a frequência do meio do sinal composto pelos três cossenos.
  11. Desta vez escolha um filtro passa-banda, mas tem de parametrizar a frequência central, que vamos chamar também de  $f_c$ , e a largura de banda. Comente a importância da ordem para estes filtros.

$f_c =$                        $ordem = 2$   
 $LB =$

$f_c =$                        $ordem = 8$   
 $LB =$

- 
- 
- 
- 
- 
- 
- 
- 
12. Guarde o modelo.

### Ponto 3 – Modulação de um sinal periódico monocromático

**Objetivo:** Perceber a translação de um sinal de baixa frequência para uma frequência maior e o que acontece a nível da frequência – a nível espectral.

**Procedimentos:**

1. Abra um novo modelo, mod\_ amp.m, e vá-o guardando de tempos a tempos para não o perder.
2. Copie um “*Sine Wave*” e coloque uma frequência de 100 Hz – este será o nosso sinal a representar a voz. Para se terem cálculos mais precisos pode usar  $2\pi \cdot 100$  rad/seg, em vez de 628. Mas atenção que às vezes pode ter problemas mesmo assim devido aos cálculos serem numéricos e pode ter de voltar aos 628. Copie um “*Graph*” e visualize o sinal. Parametrize os valores de “*Min Step Size*”, “*Max Step Size*” e o “*Time range*” do “*Graph*” para visualizar cerca de 10 ciclos do sinal de cada vez.
3. Copie agora um “*Average PSD*” para visualizar a densidade espectral de potência do sinal. Considere para o número de pontos para o cálculo da FFT e para o número de pontos no Buffer apenas potências de 2. Usualmente pode-se usar 256 pontos no buffer e 512 pontos para o cálculo da FFT sem perdas de resolução significativas no espectro obtido.
4. Vamos modular o sinal em amplitude! Para isso vamos multiplicar o sinal por um coseno com uma frequência de 1000 Hz, e uma fase de  $\pi/2$ . Use outro “*Sine Wave*” e o multiplicador é o componente “*Product*” do bloco “*Nonlinear*”. Visualize agora a onda modulada no “*Graph*”.

Desenhe a onda em baixo. **MAS, APENAS PARA ESTE DESENHO DO SINAL NO TEMPO, USE 10.000 Hz em vez de 1000 Hz para a portadora.** Explique as características principais desta onda.

---

---

---

---

---

5. Volte a colocar a frequência da portadora em 1000 Hz. Use o “*Average PSD*” para visualizar a densidade espectral de potência da onda modulada. Desenhe-a em baixo e explique as características principais desta onda.

---

---

---

---

6. Guarde o modelo.

## Ponto 4 – Desmodulação e recuperação da onda original

**Objetivo:** Perceber o fenômeno da desmodulação e do uso de filtros para recuperar a onda original.

**Procedimentos:**

1. Volte a abrir o modelo (mod\_amp.m) e não se esqueça de o ir guardando de vez em quando.
2. Copie outro “*Product*” e use outro “*Sine Wave*” idêntico ao que usou para a onda portadora.
3. Visualize a onda no “Graph” depois do segundo produto. Desenhe-a e escreva as suas principais características.

---

---

---

---

---

4. Use o analisador espectral, “*Average PSD*” para ver o que está a acontecer a nível de frequência. Desenhe o que obteve e explique as principais características.

---

---

---

---

---

5. A desmodulação ainda não está acabada. É preciso vermo-nos livres das componentes de alta frequência do sinal, que todo este processo incluiu. Para isso use um filtro. Termine a experiência sozinho seguindo estes passos:

Escolha um filtro e parametrize-o.

Coloque-o no sítio respetivo.

Visualize a onda final e inicial no “*Graph*”.

6. Indique que filtro usou, onde o colocou, e quais os parâmetros que usou e porquê.

---

---

---

---

---

7. Desenhe o sinal inicial e o final no tempo, comente o que obteve e porque é que ele pode diferir do que estava à espera.

---

---

---

---

---

---

---

8. Desenhe a densidade espectral de potência do sinal final e comente de igual modo.

---

---

---

---

9. Guarde o modelo.