

Teste: 60 minutos. **É permitido utilizar o formulário disponibilizado nas páginas electrónicas da disciplina.**

1. [4 val] Escreva os dígitos do seu número de aluno na forma ABCDE (“E” sendo as unidades, “D” dezenas, etc.). Considere um sinal com banda  $1+C$  (kHz), um quantizador com  $L=2^{D+1}$  níveis e um código de linha M-PAM com  $M=2^{E+1}$ . Obtenha a banda mínima  $B_{min}$  para transmitir o sinal digital correspondente, exprimindo o resultado como fração irredutível.

$$F_a = 2(C + 1) \Rightarrow R_b = F_a(D + 1) = 2(C + 1)(D + 1)$$

$$\epsilon = \frac{2(E + 1)}{1 + \rho} \leq 2(E + 1) \Rightarrow B_{min} = R_b / \epsilon_{max} = \frac{(C + 1)(D + 1)}{E + 1}$$

2. [6 val] Considere o sinal DSB com a mensagem  $m(t) = \frac{2/T}{1+(2\pi t/T)^2}$

a) Compare a banda a 10 dB com a banda que concentra 90% da energia do sinal.

$$M(f) = e^{-|fT|} \Rightarrow \Psi_m(f) = |M(f)|^2 = e^{-2|fT|}$$

$$\Psi_m(B_{m,10dB}) = \Psi_m(0)/10 \Rightarrow B_{m,10dB} = \frac{\log(10)}{2T}$$

$$E_m = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi_m(f) df = 2 \int_0^{+\infty} e^{-2fT} df = \frac{1}{T}$$

$$\int_{B_{m,90\%}}^{+\infty} \Psi_m(f) df = 0.05E_m \Rightarrow B_{m,90\%} = \frac{\log(10)}{2T} = B_{m,10dB}$$

$$\Rightarrow B_{DSB,90\%} = 2B_{m,90\%} = 2B_{m,10dB} = B_{DSB,10dB}$$

b) Um detetor de envolvente permite recuperar a mensagem associada a este sinal DSB? Justifique a resposta.  
Ao contrário do que sucede habitualmente com sinais DSB, neste caso um detetor de envolvente permite recuperar a mensagem, pois  $m(t) > 0$ .

3. [10 val] Considere um sinal BPSK em que o sinal transmitido  $x(t)$  tem amplitude  $A$  e fase 0 ou  $\pi/2$ , consoante o bit a transmitir é 0 ou 1.

a) Qual a potência de  $x(t)$  e a energia média por bit?

$$P_x = A^2/2 \Rightarrow E_b = P_x T_b = A^2 T/2$$

b) Mostre que  $x(t) = s(t) + d(t)$  em que  $s(t)$  é um sinal sinusoidal e  $d(t)$  é um sinal BPSK com fases separadas de  $\pi$ . Use esse resultado para calcular a PSD de  $x(t)$ .

$$x_I(t) + jx_Q(t) = A \text{ ou } jA, \text{ consoante o bit é 1 ou 0, pelo que}$$

$$\frac{x_I(t) + jx_Q(t)}{2} = \frac{A}{2} + j\frac{A}{2} = \frac{A\sqrt{2}e^{j\pi/4}}{2} \Rightarrow s(t) = \frac{A\sqrt{2}}{2} \cos(2\pi f_c t + \pi/4)$$

$$x_I(t) + jx_Q(t) - \frac{x_I(t) + jx_Q(t)}{2} = \frac{A\sqrt{2}e^{-j\pi/4}}{2} \text{ ou } \frac{A\sqrt{2}e^{j3\pi/4}}{2}$$

$$\Rightarrow d(t) = \frac{A\sqrt{2}}{2} \cos(2\pi f_c t + \varphi_k), \text{ com } \varphi_k = -\pi/4 \text{ ou } 3\pi/4$$

$$S_x(f) = S_s(f) + S_d(f) = \frac{A^2}{8} \delta(f - f_c) + \frac{A^2}{8} \delta(f + f_c) + S_d(f), \text{ com}$$

$$S_d(f) = \frac{A^2}{8T} |R(f - f_c)|^2 + \frac{A^2}{8T} |R(f + f_c)|^2, \text{ com } R(f) = T \text{sinc}(fT)$$



c) Calcule a BER em função de  $E_b/N_0$ . Qual a degradação quando comparando com um sinal BPSK com fases 0 e  $\pi$ ? Justifique.

Como  $s(t)$  e  $d(t)$  têm a mesma potência, gasta-se metade da potência numa componente periódica que não leva informação, pelo que se tem uma degradação do fator de 2 (3dB) relativamente ao BPSK convencional, ou seja

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$